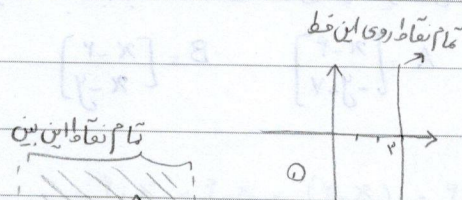
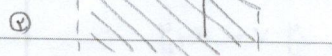


روی صفحه مختصات نقاطی را مشخص کنید

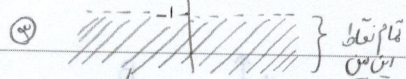


الف) طول آن ها برابر ۳ باشد

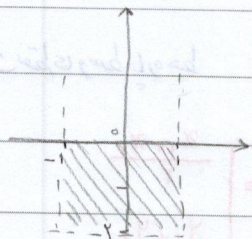
ب) طول آن ها کمتر از ۲ و بیشتر از ۴ - باشد



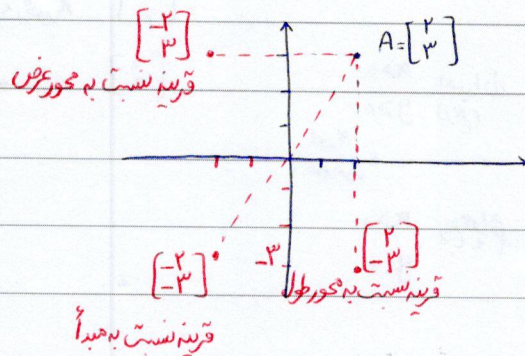
ج) عرض آن ها کمتر از ۱ - باشد



داخل نقاط بیشتر از ۱ - و کمتر از ۱. عرض نقاط بیشتر از ۲ - و کمتر از ۳ - باشد



قرینه نقاط:



نقاط A و B نسبت به مبدأ مختصات متقارن اند. مقادیر x و y را پیدا کنید.

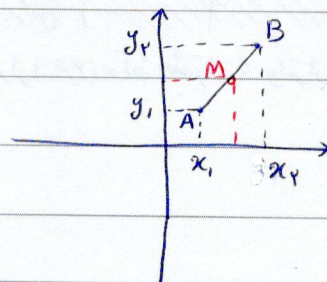
$$A = \begin{bmatrix} x-4 \\ -y-7 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} x-2 \\ x-y \end{bmatrix}$$

$$x-4 = -(x-2) \rightarrow x-4 = -x+2$$

$$2x = 6 \rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$-y-7 = -(x-y) \rightarrow -y-7 = -x+y$$

$$-6 = 2y \rightarrow \boxed{y = -3}$$



مختصات نقطه‌ی وسط پاره خط

$$M = \begin{bmatrix} \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \frac{y_1 + y_2}{2} \end{bmatrix}$$

★ نقاط A و B نسبت به نقطه‌ی M قرینه اند.

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرین نسبت به}} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ +2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{3+x}{2} = -1$$

$$3+x = -2$$

$$x = -5$$

$$\frac{-2+y}{2} = 2$$

$$-2+y = 4$$

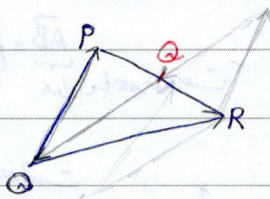
$$y = 6$$

بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3x-9 \\ 2x-8 \end{bmatrix}$ با نسیاز ربع اول و سوم موازی است. مقدار x چقدر است؟

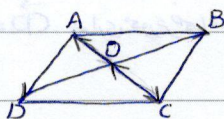
$$3x-9 = 2x-8$$

$$x = 1$$

اگر وسط ضلع PR از مثلث OPR باشد ثابت کنید $\vec{OR} - \vec{OQ} - \vec{PQ} = \vec{0}$



در شکل روبه رو $\vec{AB} = \vec{DA} + \vec{OA}$ کدام یک از بردارهای زیر است؟



\vec{AO} (۱) ✓

\vec{CO} (۲)

\vec{OB} (۳)

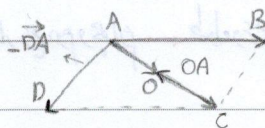
$2\vec{OC}$ (۴)

$$\vec{AB} - \vec{DA} + \vec{OA} = ? \vec{AO}$$

$$\vec{AB} - \vec{DA} = \vec{AC}$$

$$\vec{AC} + \vec{OA} = \vec{AO}$$

$$\vec{AB} - \vec{DA} = \vec{AC} + \vec{OA} = \vec{AO}$$



Sefid

★ قرینہ نقطہ نسبت بہ نیمساز ربع اول رسم ← جای طول و عرض را عوض می کنیم

$A = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow A' = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$
 $B = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{خط } x=y]{\text{قرینہ نسبت}} B' = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix}$

★ قرینہ نقطہ نسبت به نیمساز ربع دوم و چهارم ← جای اول را عوض کرده، سپس آمارا قرینہ می کنیم

$A = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow A' = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

★ بردارهای موازی با محور طول ها ← عرضشان منفی است

$\vec{AB} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$
 $\vec{AB} = \begin{bmatrix} 2a-1 \\ \frac{5}{4}-3a \end{bmatrix} \rightarrow a=?$
 $\frac{5}{4}-3a=0 \rightarrow a=\frac{5}{12}$

(بردارهایی که امتدادشان بر محور عرض ها عمود است)

★ بردار موازی محور عرض ها ← طولشان منفی است

$\vec{AB} = \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \end{bmatrix}$

$\vec{CD} = \begin{bmatrix} 2x-3 \\ x+1 \end{bmatrix} \rightarrow x=?$
 $2x-3=0 \rightarrow x=\frac{3}{2}$

(بردارهایی که امتدادشان بر محور طول ها عمود است)

★ بردارهای نیمساز ربع اول و سوم ← طول و عرض آنها برابر است

★ بردارهای موازی نیمساز ربع دوم و چهارم ← طول و عرض برابر قرینہ اند

$$-2x(-a) = +2a$$

۱۶. نرینه ۴

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{13}{60}$$

۱۷. نرینه ۳

$$a \leftarrow 0 \text{ معنا ندارد و تعریف نشده است}$$

۱۸. نرینه ۳

$$\frac{f_1}{100} \text{ و } \frac{y_1}{100}$$

$$\frac{f}{y_0} < \frac{y_1}{100}$$

$$\frac{f_1}{100} < \frac{10}{y_0}$$

$$10 + f + 1 = 15$$

۱۹. نرینه ۳

$$\begin{array}{cccccc} A & B & C & D & E & F \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{2}{4} & \frac{1}{4} \end{array}$$

$$\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{3+2}{12} = \frac{5}{12}$$

۲۰. نرینه ۳

$$\frac{5}{12} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{12}$$

$$-\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{-2+1}{12} = -\frac{1}{12}$$

$$1 + \frac{x}{y} = \frac{y}{3}$$

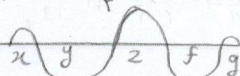
$$x = ?$$

$$\frac{y}{3} \times \frac{y}{5} = \frac{4}{15}$$

۲۱. نرینه ۱

$$\frac{x}{y} - \frac{1}{y} \rightarrow x = \frac{y}{3}$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{x}{y}} \left\{ 1 + \frac{y}{3} = \frac{5}{3} \right\}$$

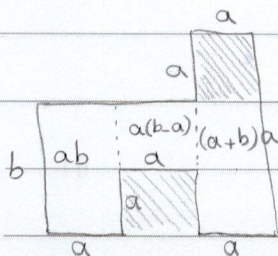


$$\frac{y}{12}x + \frac{y}{12}y + \frac{y}{12}z + \frac{y}{12}f + \frac{y}{12}g = \frac{3}{12} \times 15 = 3.75$$

$$= \frac{3}{12} \times (x+y+z+f+g) = 1.5 \times 100 = 150 \text{ m}$$

$$x + 3x + 9x + 27x = 50000 \rightarrow 40x = 50000 \rightarrow x = 1250$$

۲۲. نرینه ۴



$$ab + ab - a^2 + a^2 + ab - 3ab$$

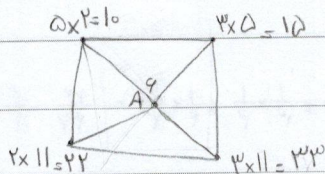
۲۳. نرینه ۱



۱۳۹۴ = ۱۷ × ۲ × ۴۱

۱۳(a+b) ≠ ۱۳۹۴

۲۵. گزینہ ۲ ✓



۲۶. گزینہ ۲ ✓

اعداد اول ۱۷ تا ۱۷ ←

۲۷. گزینہ ۳ ✓

مربع ۲	مربع ۳	مربع ۵	مربع ۷
۱۵۴	۱۰۵	۳۵	۴۹

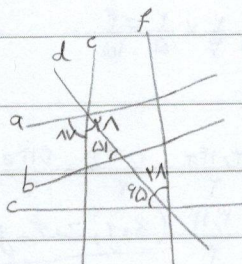
۲۸. گزینہ ۴ ✓

۴۹ + ۷۷ = ۱۲۶

۲۹. گزینہ ۱ ✓

۲۵۹ = ۱۱ × ۱۹ ۱۱ × ۲۳ = ۲۵۳ ۱۳² = ۱۶۹

۳۰. گزینہ ۳ ✓



۳۱. ۲ متوازی الاضلاع فقط متساوی الساقین

۳۲. گزینہ ۲ ✓

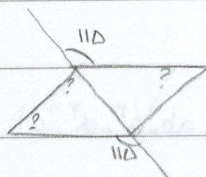
۱۸ = ۱۴

$\frac{۷ \times ۱۸}{۹} = ۱۴$

$\frac{۴۰}{۲} = ۲۰$

$۲۰ + ۴۰ = ۶۰$ مثلث متساوی الساقین

۳۳. گزینہ ۲ ✓



۳۴. گزینہ ۲ ✓

۱۱۵ + ۱۱۵ = ۲۳۰

۳۵. گزینہ ۱ ✓

بردار $B = \begin{bmatrix} 4x-7 \\ 5-3x \end{bmatrix}$ موازی همسایه دوم و چهارم است. x را بیابید.

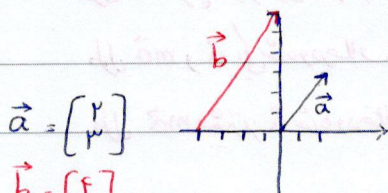
(طول) $=$ (عرض) $\Rightarrow (4x-7) = 5-3x$

$$5-3x = 4x-7 \rightarrow \boxed{x=2}$$

★ بردارهای موازی

★ یکی باید مضرب دیگری باشد

★ نسبت طول برابر نسبت عرض ها



$$\vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} \parallel \vec{a} \quad \vec{b} = 2\vec{a}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \leftrightarrow \frac{x}{u} = \frac{y}{v} \quad \vec{a} = k\vec{b}$$

بردار $A = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ با کدام یک از بردارهای زیر موازی است؟

موازی نیست $D = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$

$$A \parallel B = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$A \parallel E = \begin{bmatrix} -10 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$A \parallel C = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

دو بردار $A = \begin{bmatrix} 3m+7 \\ m+4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ موازی اند. m را بیابید.

$$\frac{3m+7}{5} = \frac{m+4}{2}$$

$$4m-4 = 5m+20$$

$$\boxed{m=-24}$$

خصوصیات هندسی

هم راستا (موازی)

بردار \vec{A} و $m\vec{A}$ را از لحاظ جهت و اندازه مقایسه کنید.

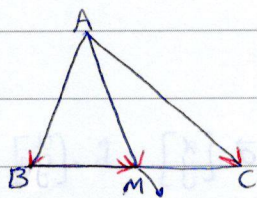
جهت و $m\vec{A} < \vec{A}$ if $0 < m < 1$ جهت و $m\vec{A} > \vec{A}$ if $m > 1$

جهت و $m\vec{A} = \vec{A}$ if $m = 1$

طول $m\vec{A}$ کوچکتر از طول \vec{A} و در خلاف جهت if $-1 < m < 0$

طول $m\vec{A}$ و \vec{A} یکی شده و در خلاف جهت if $m = -1$

طول $m\vec{A}$ بیشتر از \vec{A} شده و در خلاف جهت if $m < -1$



$$\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AM}$$

$$\vec{BM} = \vec{MC}$$

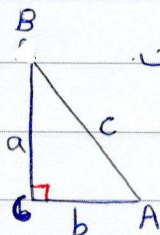
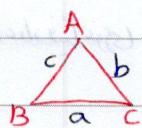
$$\vec{AB} + \vec{BM} = \vec{AM}$$

$$\vec{AC} + \vec{CM} = \vec{AM}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{AB} + \vec{BM} = \vec{AM} \\ \vec{AC} + \vec{CM} = \vec{AM} \end{array} \right\} \vec{AB} + \vec{BM} + \vec{AC} + \vec{CM} = 2\vec{AM}$$

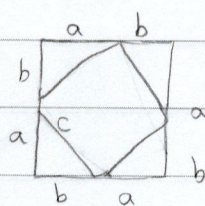
چون M وسط ضلع BC است پس طول بردارهای \vec{BM} و \vec{CM} یکی بوده ولی در خلاف جهت

★ فیثاغورس



در مثلث قائم الزاویه با وتر c و اضلاع قائمه a و b ، رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$a^2 + b^2 = c^2$$



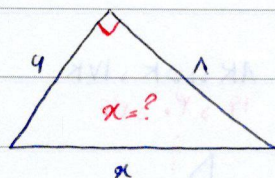
مربعی به ضلع $a+b$ را در نظر بگیرید که درون آن مربع دیگری به ضلع c قرار دارد.

$$S_{\text{مربع}} = (a+b)^2$$

$$S_{\text{مربع}} = c^2 + 4 \times \frac{1}{2} ab$$

$$(a+b)^2 = c^2 + 2ab$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = c^2 + 2ab \rightarrow a^2 + b^2 = c^2$$

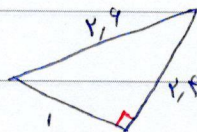


$$9^2 + 1^2 = x^2$$

$$81 + 1 = 100 \rightarrow x = 10$$

★ عکس قضیه فیثاغورس

اگر در مثلثی مجذور ضلع بزرگتر یا مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر برابر باشد، آن مثلث قائم الزاویه است.



$$(2, 4)^2 \stackrel{?}{=} (2, 4)^2 + (1)^2$$

$$\downarrow \quad \quad \downarrow$$

$$4, 16 \quad \quad 4, 16 + 1$$

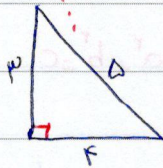
$$4, 17$$

$$4, 17 = 4, 17 \rightarrow \text{قائم الزاویه است}$$

★ اعداد فیثاغوری

$3, 4, 5$ — $3K, 4K, 5K$

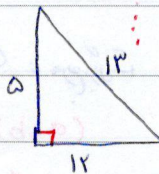
$9, 12, 15$



$5, 12, 13$

$5K, 12K, 13K$

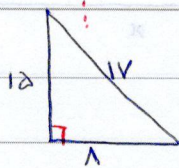
$10, 24, 26$



$1, 12, 13$

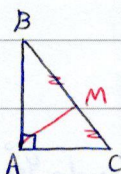
$1K, 12K, 13K$

$19, 20, 21$



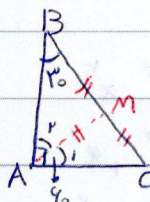
خواص مثلث قائم الزاویه

④ در مثلث قائم الزاویه میانه‌ی وارد بر وتر، نصف وتر است.



بازاویه ۳۰

⑤ در مثلث قائم الزاویه ضلع روبه روبه زاویه ۳۰ نصف وتر است.



$$AC = \frac{BC}{2}$$

میانه‌ی وارد بر وتر را رسم می‌کنیم

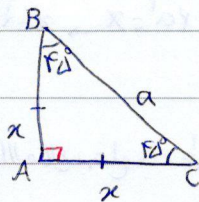
$$AM \text{ میانه‌ی } BC \rightarrow BM = CM$$

$$\text{طبق نکته قبلی} \rightarrow AM = \frac{BC}{2} \rightarrow AM = BM = CM$$

$$AM = CM \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} = 90^\circ \rightarrow \hat{M}_1 = 90^\circ \rightarrow \triangle AMC \text{ متساوی الساقین}$$

$$\Rightarrow AC = MC = AM \rightarrow AC = \frac{BC}{2}$$

⑥ در مثلث قائم الزاویه بازاویه ۴۵ ضلع مقابل به زاویه ۴۵، وتر $\sqrt{2}x$ است (رابطه پیتاگوراس و وتر)



$$\hat{B} = \hat{C} = 45^\circ \rightarrow \overline{AB} = \overline{AC} = x$$

$$\triangle ABC \text{ قائم الزاویه: } a^2 = x^2 + x^2$$

$$a^2 = 2x^2$$

$$\frac{a^2}{2} = x^2$$

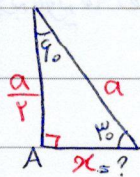
$$\sqrt{\frac{a^2}{2}} = x \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} a = \frac{1}{\sqrt{2}} a = x$$

$$\sqrt{\frac{a^2}{2}} = x$$

★ گویا کردن : خارج کسر

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

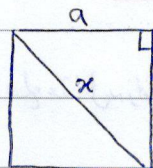
④ در مثل قائم الزاویه ای با زاویه 45° ضلع روبه رو به زاویه 45° ، رادیکال سه دوم و تراست (وتر $\sqrt{3}$)



$$\begin{aligned} a^2 &= \left(\frac{a}{2}\right)^2 + x^2 \\ a^2 &= \frac{a^2}{4} + x^2 \\ a^2 - \frac{a^2}{4} &= x^2 \\ \frac{3a^2}{4} &= x^2 \end{aligned}$$

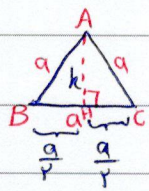
$$x = \frac{\sqrt{3}}{2} a \leftarrow x = \sqrt{\frac{3a^2}{4}}$$

⑤ نشان دهید یک مربع به ضلع a ، اندازه ی قطر مربع برابر با $\sqrt{2}a$ است.



$$\begin{aligned} a^2 + a^2 &= x^2 \\ 2a^2 &= x^2 \rightarrow x = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2} \end{aligned}$$

⑥ در مثل متساوی الاضلاع به ضلع a ، طول ارتفاع مثلث و مساحت مثلث را بر حسب a به دست آورید.



$$\begin{aligned} \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2 &= a^2 \\ \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} &= h^2 \\ \frac{3a^2}{4} &= h^2 \\ h &= \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

★ ارتفاع در مثل متساوی الاضلاع

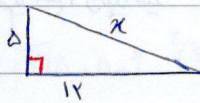
$$h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} \times \frac{a}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

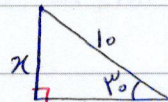
★ مساحت مثلث متساوی الاضلاع

$$\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

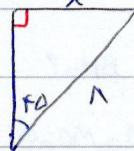
خ، ا، ب، س



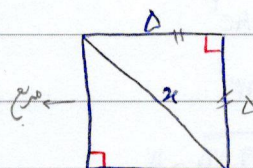
$$\begin{aligned} \Delta^2 + 12^2 &= x^2 \\ \frac{2\Delta + 144}{144} & \left. \vphantom{\frac{2\Delta + 144}{144}} \right\} x = 13 \end{aligned}$$



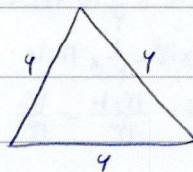
$$\begin{aligned} x^2 + 10^2 &= 13^2 \\ 100 - 2\Delta &= y^2 \\ y &= \sqrt{10\Delta} \rightarrow \Delta\sqrt{10} \end{aligned}$$



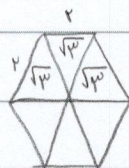
$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{10}}{10} \times 10 &= x \\ \sqrt{10} &= x \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \Delta^2 + \Delta^2 &= 10^2 \\ x &= \sqrt{10^2} = 10\sqrt{2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} h &= ? \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3} \\ S &= ? \quad \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3} \end{aligned}$$



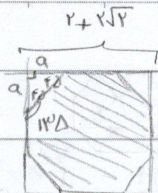
مساحت ۶ ضلعی منتظم به ضلع ۲ را بیابید

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 &= \sqrt{3} \\ \boxed{6\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$a^2 + a^2 = 2^2$$

$$2a^2 = 4$$

$$a^2 = 2, a = \sqrt{2}$$

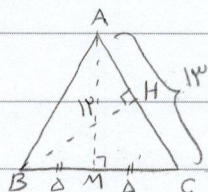


مساحت ۸ ضلعی منتظم به ضلع ۲ برابر کنید.

$$(2 + 2\sqrt{2})^2 = 4 + 8 + 16\sqrt{2} = 12 + 16\sqrt{2}$$

$$16\sqrt{2} + 12 - 4 = \boxed{12 + 16\sqrt{2}}$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 1 \rightarrow 1 \times F = F \leftarrow \text{مساحت}$$



در هر یک از مثلث های زیر مقدار خواسته شده را بدست آورید.

$$BC = 10 \quad AB = AC = 13 \quad BH = ?$$

$$\triangle ABC \xrightarrow{\text{توسعه}} BM = MC = 5$$

$$AM^2 + MC^2 = AC^2$$

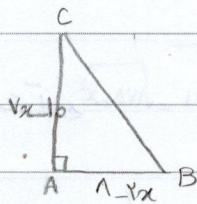
$$AM^2 + 5^2 = 13^2$$

$$AM = \sqrt{149 - 25} = 12$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BH \times AC = \frac{1}{2} AM \times BC$$

$$\left\{ \frac{1}{2} \times BH \times 13 = \frac{1}{2} \times 12 \times 10 \right.$$

$$BH = \frac{12 \times 10}{13} = \frac{120}{13}$$



$$AB = AC$$

$$\triangle ABC \text{ کج } ?$$

$$1 - 2x = 7x = 10$$

$$10 = 9x$$

$$x = 2$$

$$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$$

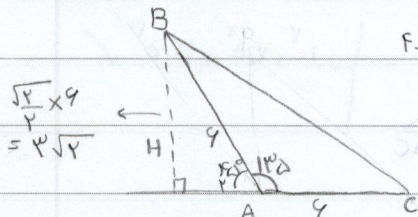
$$(BC)^2 = 10^2 + 10^2 = 200$$

$$BC = \sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = 10\sqrt{2}$$

$$10 + 10 + 10\sqrt{2} = 10 + 10\sqrt{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = ? \quad \frac{1}{2} BH \times AC$$

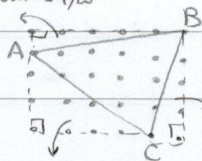
$$\frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$$



$$\hat{A} = 45^\circ \text{ چون مثلث قائم الزاویه است}$$

$$BH = \frac{1}{\sqrt{2}} AB = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = 5\sqrt{2}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$$



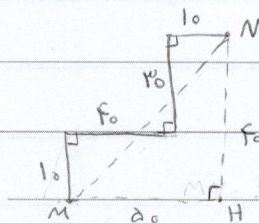
$$S = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$$

$$S = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$$

$$S_{\text{مربع}} = 10 \times 10 = 100$$

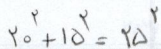
$$S_{\triangle ABC} = 100 - (25 + 25 + 25) = 25$$

$$P_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{10^2 + 10^2}}{20} + \frac{\sqrt{10^2 + 10^2}}{10} + \frac{\sqrt{10^2 + 10^2}}{20} = 10 + \sqrt{10} + \sqrt{10}$$



$$MN^2 = 10^2 + 10^2 = 200 \Rightarrow MN = 10\sqrt{2}$$

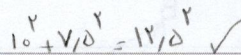
$$MN = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$$



$$x = ? \quad \sqrt{144 + x^2} + x = (14+9)^2$$

$$14\Delta + x^y + x^y = 94\Delta$$

$$YX^Y = F\Delta \circ \rightarrow X^Y = Y\Delta \rightarrow \boxed{X = 1\Delta}$$



$$S_{ABC} = ? = \frac{12,0 \times 9}{2} = \boxed{54,0}$$

$$\Lambda^r + x^r = 100$$

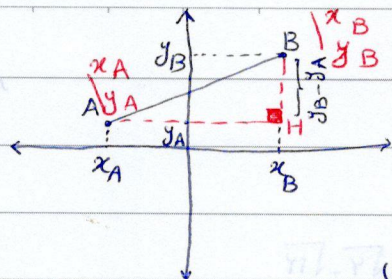
$$100 - 4F = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{100 - 4F} = 10$$

$$r + x = (1+x) - 10$$

$$19 + x^r = 9f + x^r + 14x - 100$$

$$19x = 49 - 99 + 100 = 50$$

$$X = F, \Delta$$



★ طول پاره خط

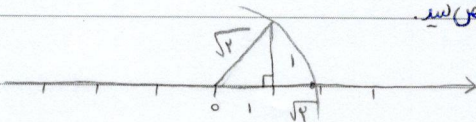
$AB = ?$

$$(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \rightarrow AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

سؤال A به مختصات $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ ، B به مختصات $\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$ طول پاره خط AB را بدست آورید.

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -4 \end{bmatrix} \quad \sqrt{\frac{25+16}{1}} = \sqrt{41} = AB$$

$\sqrt{2}$ را روی محور اعداد مشخص کنید.



اعداد زیر را روی محور نشان دهید.

$$\sqrt{11} \rightarrow 3 + \sqrt{2} \quad \begin{array}{c} \sqrt{2}^2 + 1^2 \\ 3 - \sqrt{11} \\ 3(1 - \sqrt{2}) \end{array} \quad \begin{array}{c} \sqrt{2}^2 + 1^2 \\ 2 + \sqrt{3} \\ \sqrt{5} \end{array} \quad \begin{array}{c} \sqrt{2}^2 + 1^2 \\ 1 + \sqrt{2} \\ \sqrt{10} \end{array} \quad \begin{array}{c} \sqrt{2}^2 + 1^2 \\ \sqrt{8} \end{array}$$

$\begin{array}{c} \sqrt{2}^2 + 1^2 \\ 2 + 1 = 3 \end{array} \rightarrow \sqrt{5} \quad \begin{array}{c} \sqrt{2}^2 + 1^2 \\ 3 + 1 = 4 \end{array} \rightarrow \sqrt{10} \quad \begin{array}{c} \sqrt{2}^2 + 1^2 \\ 2 + 2 = 4 \end{array} \rightarrow \sqrt{8}$

* گویا کردن کسر

$$-\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}} = -\frac{\sqrt{12}}{14}$$

$$\frac{1-\sqrt{3}}{-3\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{4}-\sqrt{12}}{-3 \times 4} = \frac{\sqrt{4}-\sqrt{12}}{-12}$$

۱. در کتاب

صفحه ۹۱ تکمیلی

$$1j + 2i + 3j + fi = \begin{bmatrix} 2 \\ f \end{bmatrix}$$

$$q + f = \omega$$

$$\sqrt{\omega} = \sqrt{13 \times f} = \sqrt{2 \times 13}$$

$$\frac{\sqrt{q^2 + f^2}}{20} + \frac{\sqrt{12^2 + 3^2}}{123 \times 14} + \frac{\sqrt{12^2 + f^2}}{190 \times f \times 10} = \omega + f \sqrt{10} + 3 \sqrt{14}$$

$$\sqrt{(mn)^2 + (m^2 - n^2)^2} = \sqrt{f m n^2 + m^2 + n^2 - 2 m n^2} = \sqrt{m^2 + n^2 + 2 m n^2} = \sqrt{(m+n)^2} = m+n$$

$$m=3 \quad n=2 \rightarrow \sqrt{12^2 + 2^2} = \sqrt{149} = 13 = 3+2^2 \quad m=5 \quad n=3 \rightarrow \sqrt{15^2 + 12^2} = 17 = 5+3^2$$

$$m=4 \quad n=3 \rightarrow \sqrt{12^2 + 3^2} = 13 = 4+3^2 \quad m=7 \quad n=2 \rightarrow \sqrt{14^2 + 5^2} = 17 = 7+2^2$$

$$m=11 \quad n=10 \rightarrow \sqrt{120^2 + 11^2} = 121 = 11+10^2 \quad m=9 \quad n=5 \rightarrow \sqrt{40^2 + 11^2} = 41 = 9+5^2$$

$$r^2 = q^2 + p^2 \rightarrow (kr)^2 = (kq)^2 + (kp)^2 \rightarrow k^2 [r^2 = q^2 + p^2]$$

$$*(kr)^2 + (kq)^2 = k^2 r^2 + k^2 q^2 = k^2 (q^2 + p^2) = k^2 (r^2) = k^2 r^2 = (kr)^2$$

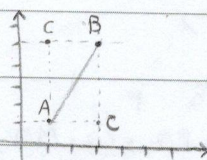
$$p^2 + \Delta^2 = q^2 \rightarrow q^2 + 10^2 = 12^2 \quad \Delta^2 + 12^2 = 13^2 \rightarrow 10^2 + 24^2 = 26^2 \rightarrow 10^2 + 48^2 = 50^2$$

$$f + 3^2 = \Delta^2 \rightarrow 1^2 + 4^2 = 5^2$$

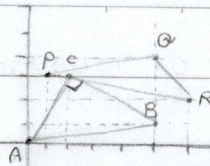
$$\begin{cases} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow AB = \sqrt{p^2 + f^2} = \sqrt{10} = \sqrt{2} \Delta \end{cases}$$

$$\begin{cases} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow AB = \sqrt{f^2 + 2^2} = \sqrt{5} = \sqrt{2} \Delta \end{cases}$$

Sefid



صفر ۹۱ تکمیلی



.۷

$$PQ = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$PR = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

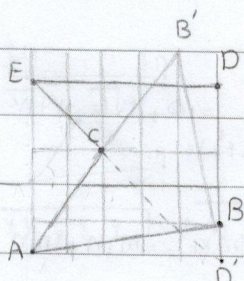
$$QR = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

$$AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

قائم الزاویه متساوی الساقین $\triangle ABC$



قضیت $\triangle ABC$ متساوی الساقین است و قائم الزاویه است

صفر ۹۲ تکمیلی

.۸

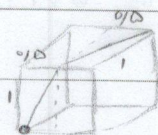
$$D' = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\angle DDE \rightarrow$ قائم الزاویه متساوی الساقین $\rightarrow \angle CED = \angle FAD$

زیرا BA و BB' قطر متقابل $\times 180^\circ$ است $\rightarrow \angle BBA = \angle BBA' = 90^\circ$ قائم الزاویه متساوی الساقین $\rightarrow \angle CAB = \angle FAD$ $\left. \begin{array}{l} \angle CED = \angle FAD \\ \angle CAB = \angle FAD \end{array} \right\} \angle DEC = \angle CAB$

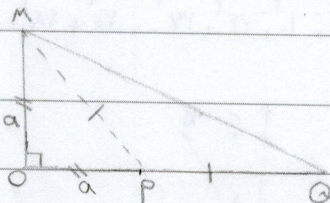
$\triangle AEB, \triangle ADB, \triangle BED, \triangle ADE$

۹ چهار مثلث ←



$$\frac{2\sqrt{0.5^2 + 1^2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{1.25}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{5/4}}{\sqrt{2}} = \frac{2 \times \sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$$

.۱۰



.۱۱

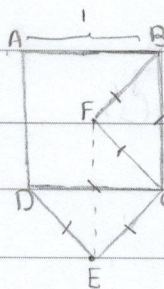
(فرض) $MP = PQ, PO = MO, MO = a$

محاسبه a $\rightarrow MQ = ?$ $\sqrt{a^2 + a^2} = MP = PQ = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$

$$(a + a\sqrt{2})^2 + a^2 = a^2 + 2a^2 + 2a^2\sqrt{2} + a^2 = 4a^2 + 2a^2\sqrt{2}$$

$$MQ = \sqrt{4a^2 + 2a^2\sqrt{2}} = \sqrt{2a^2(2 + \sqrt{2})} = a\sqrt{2(2 + \sqrt{2})}$$

صفحه ۹۳ تکلیف



۱۲. متشابه المثلثات $\triangle BCF, \triangle CED$ ، مربع $\Rightarrow ABCD$ (فرض)

$AB = 1$
 $EF = ?$ (خط)

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CF} = \overline{BF} = \overline{CD} = \overline{CE} = \overline{ED} = 1$$

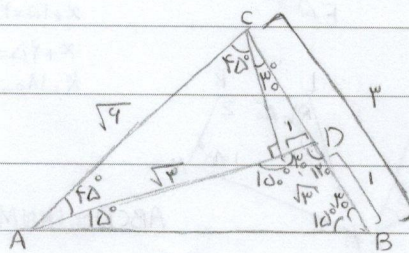
$$EF = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$3 = \left(-\frac{1}{x}\right) + \left(-\frac{1}{y}\right) = 3$$

$$\frac{1}{y} \times \frac{\sqrt{10}}{y} \times 3 = \frac{3\sqrt{10}}{y}$$

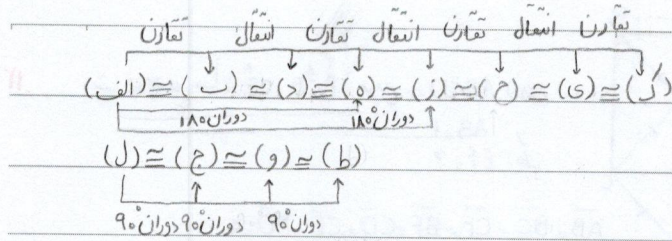
۱۳. راه حل هندسی
 نادرست

صفحه ۹۴ تکلیف

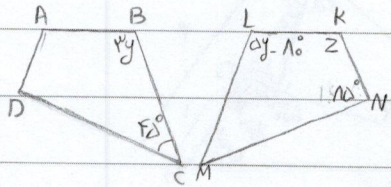
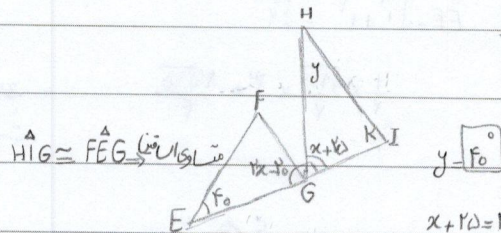


$75^\circ, 40^\circ, 65^\circ$

تمرین صفحه ۹۱ واری



۲. الف) $\hat{A} = \hat{D}$ (ب) \hat{D} (ج) $\hat{A} = \hat{D}$ متساوی



۵. الف) $\hat{ABC} = 14 + 10 + 13 = 37$ cm

۶. الف) $\hat{ABC} = 14 + 10 = 24 = 100 \rightarrow$ قائ الزاویه

۷. الف) $\hat{DEF} = 7 + 4 \neq 10 \rightarrow$ قائ الزاویه نیست

۸. الف) $\sqrt{14^2 + 4^2} = \sqrt{196 + 16} = \sqrt{212} = 14.56$ m

تمرین صفحه ۸۷ واری

۱. $BD = \sqrt{12^2 + 12^2} = \sqrt{288} = 16.97$ $AC = \sqrt{12^2 + 12^2} = \sqrt{288} = 16.97$

۲. $\hat{ABC} = 14 + 10 + 13 = 37$ cm

۳. $\hat{ABC} = 14 + 10 = 24 = 100 \rightarrow$ قائ الزاویه

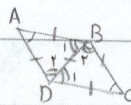
۴. $\hat{DEF} = 7 + 4 \neq 10 \rightarrow$ قائ الزاویه نیست

۵. $\sqrt{14^2 + 4^2} = \sqrt{196 + 16} = \sqrt{212} = 14.56$ m

۱. الف) ض زف - دو ضلع و زاویه بین (ب) زف ز - دو زاویه و ضلع بین (ج) اطلاعات کافی نیست

مساوی الاضلاع $\hat{A}BD$ و $\hat{B}DC$ (فرض)

(حکم) $\hat{A}BD \cong \hat{B}DC$



$\begin{cases} \overline{AB} = \overline{BC} \\ \overline{AD} = \overline{CD} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض زف}} \hat{A}BD \cong \hat{B}DC$

۲. الف)

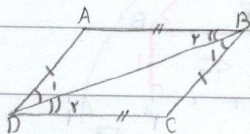
$\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = 90^\circ$

$\begin{cases} \text{BD ضلع مشترک} \\ \hat{D}_1 = \hat{D}_2 = 90^\circ \end{cases}$

$\xrightarrow{\text{ض زف}} \hat{A}BD \cong \hat{B}CD$

(BD ضلع مشترک)

$\begin{cases} \overline{AB} = \overline{BC} \\ \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ \\ \overline{AD} = \overline{CD} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض زف}} \hat{A}BD \cong \hat{B}CD$



$AB \parallel DC$ و BD مورب $\rightarrow \hat{B}_2 = \hat{D}_2$

ب)

مساوی الاضلاع $ABCD$ (فرض)

$AD \parallel BC$ و BD مورب $\rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1$

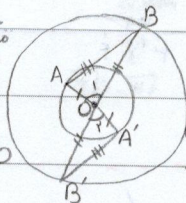
(حکم) $\hat{A}BD \cong \hat{B}CD$

$\begin{cases} \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \\ \hat{D}_2 = \hat{B}_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{ض زف}} \hat{A}BD \cong \hat{B}CD$

متقابل به رأس - در دو زاویه متقابل

$\begin{cases} \text{دایره } BB' \text{ (فرض)} \\ \text{دایره } AA' \text{ (فرض)} \end{cases}$

(حکم) $\hat{A}BO \cong \hat{A}'B'O$



$\overline{OA} = \overline{OA'}$ شعاع دایره ک

$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ متقابل به رأس

$\overline{OB} = \overline{OB'}$ شعاع دایره ب

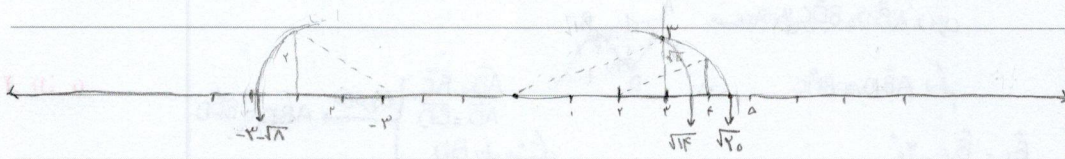
$\xrightarrow{\text{ض زف}} \hat{OAB} \cong \hat{O'A'B'}$

ج)

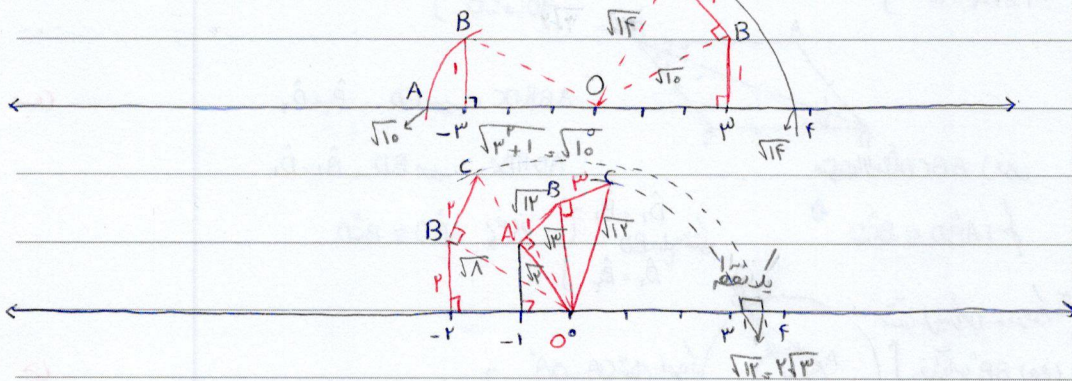
۳. ب

ابتدا دایره دو سیم را از دایره اول دو گانه می کنیم
 $\sqrt{20} / \sqrt{14} / -3 - \sqrt{8} / \sqrt{2} + \sqrt{3}$
 $\sqrt{15}$

اعداد زیر را روی محور نشان دهید.



هر یک از نقاط زیر نمایش عمده عددی است ؟ C به مرکز O وسامان O کمان زده است



رسم مثلث در هر یک از حالات زیر یکتا است یعنی تنها یک مثلث با اطلاعات داده شده می توان رسم کرد.

۱- مشخص بودن سه ضلع از یک مثلث

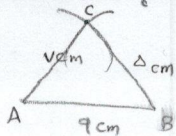
شرط وجود مثلث ← باید مجموع هر دو ضلع از ضلع سوم بیشتر باشد.

$$AB = 9, BC = 5, AC = 7$$

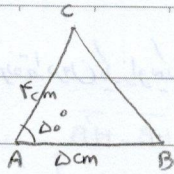
مثال: مثلث ABC به اضلاع ۹، ۷، ۵ را رسم کنید.

★ توضیح روش رسم التزایی است

ابتدا پایه خط AB به طول ۹ را رسم می کنیم. همانی یک قطار را به اندازه ۵ از مرکز A باز کرده و به مرکز B می کشیم. همانی یک قطار را به اندازه ۷ باز کرده و به مرکز A می کشیم. سیم هانی یک قطار را به اندازه ۵ از مرکز B باز کرده و به مرکز A می کشیم. محل برخورد کمان ها را C می نامیم. CA و CB را رسم می کنیم.



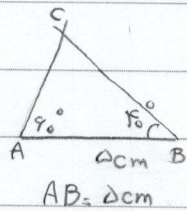
۲. مشخص بودن دو ضلع و زاویه بین آنها



$$AB = 5 \quad AC = 4 \quad \hat{A} = 50^\circ$$

مثال مثلثی رسم کنید دو ضلع آن ۵ و ۴ و زاویه بینشان 50° باشد.

ابتدا با خط AB به طول ۵ را رسم می کنیم. سپس با کمک نقاله روی رأس A 50° جدا می کنیم. سپس روی ضلع دیگر زاویه را جدا می کنیم. نقطه C به دست آمده را با خطی به B وصل می کنیم.

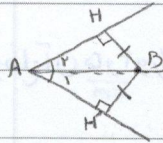


۳. مشخص بودن دو زاویه و ضلع بین آنها

مثال مثلثی رسم کنید دو زاویه آن 40° و 40° و ضلع بین آنها ۵ cm باشد.

ابتدا با خطی به طول ۵ cm را رسم می کنیم. سپس با کمک نقاله در یک سر زاویه 40° و در دیگر سر زاویه 40° را جدا می کنیم. آنها را امتداد داده تا یکدیگر را قطع کنند. نقطه C به دست آمده را با A و B وصل می کنیم.

نشان دهید هر نقطه درون یک زاویه که از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است روی نیمساز زاویه قرار دارد.



$$\overline{HB} = \overline{H'B} \quad (\text{فرض})$$

$$\overline{HB} = \overline{H'B} \quad (\text{طبیعی فرض})$$

$$\hat{A} \text{ نیمساز } AB \quad (\text{علم})$$

$$AB \text{ ضلع مشترک}$$

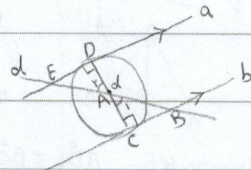
$$\left. \begin{array}{l} \text{فرض} \\ \text{طبیعی فرض} \end{array} \right\} \rightarrow \hat{A}HB \cong \hat{A}H'B$$

$$\hat{H} = \hat{H'} = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}HB \cong \hat{A}H'B \\ \hat{H} = \hat{H'} = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \hat{A} \Rightarrow \hat{A}_1 \Rightarrow AB \text{ نیمساز}$$

۱.

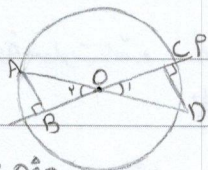
الف) فرض ب) وز ج) اطلاعات کافی نیست د) اطلاعات کافی نیست



الف) ۲ $\overline{AD} = \overline{AC}$ نقطه A مرکز دایره \perp و a و b قطر دایره (فرض)
شعاع دایره $\hat{A}BC \cong \hat{A}DE$ (حکم)

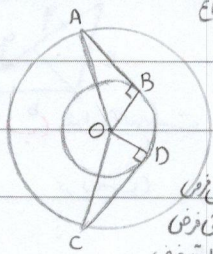
$\overline{AD} = \overline{AC}$ طبق فرض
 $\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$ طبق فرض
 $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ متقابل به رأس
رضی $\hat{A}BC \cong \hat{A}DE$

$\overline{OA} = \overline{OD}$ شعاع دایره



ب) $\overline{OA} = \overline{OD}$ شعاع دایره (فرض)
 $BC \perp AB$ و $CD \perp OD$ (حکم)
 $\hat{O}AB \cong \hat{O}CD$

$\overline{OA} = \overline{OD}$ طبق فرض
 $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ متقابل به رأس
وز $\hat{O}AB \cong \hat{O}CD$



$\overline{OC} = \overline{AO}$ شعاع $\overline{OB} = \overline{OD}$ شعاع
 $OB \perp AB$ و $OD \perp CD$ (فرض)
 $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$
 $\hat{O}AB \cong \hat{O}CD$ (حکم)

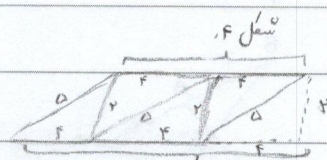
$\overline{OD} = \overline{OB}$ طبق فرض
 $\overline{OA} = \overline{OC}$ طبق فرض
 $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$ طبق فرض
رضی $\hat{O}AB \cong \hat{O}CD$

۳. الف) دوران 180° ب) دوران 180° ج) به اندازه \hat{BOD} دوران د) تقارن محوری

صفحه ۱۰۰ کتاب وزاری تمرین های ترکیبی

$$15^2 + 25^2 = x^2 \Rightarrow 225 + 625 = 3250$$

$$= x = \sqrt{3250} \approx 57m$$



۲. الف)

ب) شکل ۱ = ۱۱ شکل ۲ = ۱۸ شکل ۳ = ۱۹ شکل ۴ = ۲۲ شکل ۵ = ۳۳ شکل ۶ = ۵۰



فر $n = F_n + V$
زوج $n = F_{n+1}$

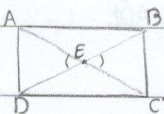
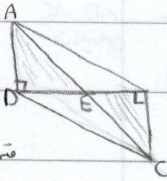
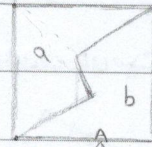
ج) ۳۴ > ۳۵

هم‌نقشی

۱. در کتاب ۲.

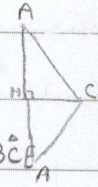
$$b \approx a$$

دوران ۱۸۰ ساعتگرد انتقال



فرض

$$\triangle ADE \cong \triangle BCE$$



۳. مثال نقی

مثال نقی

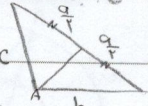
۴. الف

به هر دوی آنها اضافه می شود.

ب. ممکن است زاویه \hat{A} و \hat{B} متفاوت باشند. اگر دو مثلث هم‌نقش باشند و یک ضلع برابر داشته باشند، مساحت مثلث‌های ایجاد شده برابر خواهد بود. (مثلاً)

صفحه ۹۶ تکلیلی

د. غیر. زیرا دو مثلث هم‌نقش سه ضلع برابر دارند. و وقتی مثلثی را به دو مثلث تقسیم می‌کنیم، حداقل باید یک ضلع دو ضلع برابر داشته باشد.

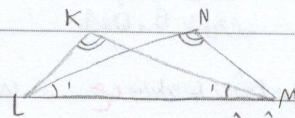


۴. الف) همواره صحیح است. ب) همواره صحیح نیست. ج) همواره صحیح نیست. د) همواره صحیح نیست.

در (کایت) در (کایت) در (مستطیل)

$$NL = KM - \hat{KML} = \hat{NLM}$$

$$\hat{KML} \cong \hat{NLM} \text{ (علم)}$$



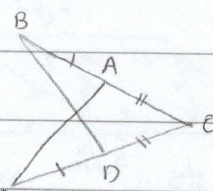
مثال‌های هم‌نقش

۱. در کتاب ۲.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{K} = \hat{N} \\ \hat{L} = \hat{M} \\ \hat{M}_1 = \hat{L}_1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \hat{KML} \cong \hat{NLM} \text{ (فرض)} \\ \hat{KML} \cong \hat{NLM} \text{ (علم)} \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} \hat{K} = \hat{N} \\ \hat{L} = \hat{M} \\ \hat{M}_1 = \hat{L}_1 \end{array}$$

$$AB = CD \quad AO = DO \text{ (فرض)}$$

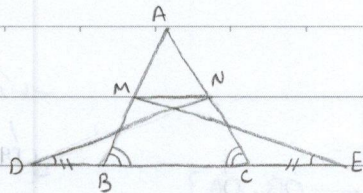
$$AC = BD \text{ (علم)}$$



۳.

$$\left. \begin{array}{l} OB = AO + AB \\ OC = OD + CD \end{array} \right\} \begin{array}{l} OB = OC \\ OA = OD \end{array}$$

$$\hat{O} \text{ زاویه مشترک} \rightarrow \hat{OBD} \cong \hat{OCA} \text{ (فرض)} \rightarrow \overline{BD} = \overline{AC}$$



(فرض) $BD = CE$ $\hat{E} = \hat{D}$ $\hat{C} = \hat{B}$

۴

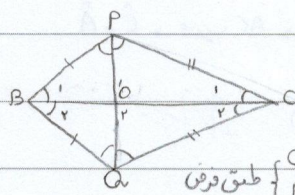
مساوی الساقین $\hat{A}MN$ (علم)

طبق فرض $\hat{E} = \hat{D}$
طبق فرض $\hat{B} = \hat{C}$
طبق فرض $EC = DB \rightarrow \frac{EC}{EB} + \frac{BC}{BC} = \frac{DB}{DB} + \frac{BC}{BC} \rightarrow EB = DC$

فرض $\hat{E}BM \cong \hat{DCN} \rightarrow NC = MB$

طبق فرض $\hat{B} = \hat{C} \rightarrow \hat{ABC} \rightarrow$ مساوی الساقین $\rightarrow AC = AB \rightarrow AC - NC = AB - MB$

$AN = AM \rightarrow \hat{AMN} \rightarrow$ مساوی الساقین



(فرض) $BP = BQ$ $CP = CQ$

۵

(علم) $BC \perp PQ$

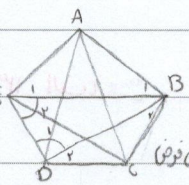
طبق فرض $\begin{cases} CP = CQ \\ BP = BQ \end{cases} \rightarrow$ فرض $\hat{CPB} \cong \hat{CQB} \rightarrow \begin{cases} \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ \hat{P} = \hat{Q} \end{cases}$

فرض $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$
فرض OC ضلع مشترک
طبق فرض $PC = QC$
فرض $\hat{OPC} \cong \hat{OQC} \rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \rightarrow \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ \rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 = 90^\circ \Rightarrow BC \perp PQ$

(فرض) $ABCDE$ پنج ضلعی منتظم

۶

$\frac{360}{5} = 72^\circ$
 $\frac{180 - 72}{2} = 54^\circ$



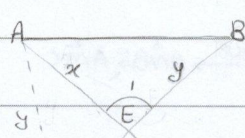
(علم) $AC = AD = CE = BE = BD$

$\begin{cases} AB = AE \\ BC = ED \\ \hat{B} = \hat{E} \end{cases} \rightarrow \hat{ABC} \cong \hat{AED} \rightarrow AC = AD$

طبق فرض $AB = AE \rightarrow \hat{ABE} \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{E}_1 = 36^\circ$

طبق فرض $BC = DC \rightarrow \hat{BCD} \rightarrow \hat{B}_2 = \hat{D}_2 = 36^\circ$

$D_1 = 108 - 36 = E_2 = 108 - 36 = 72^\circ \rightarrow \hat{EBD} \rightarrow$ مساوی الساقین $\rightarrow EB = DB$



* برای دیگر مثلث ها و قطعات هم همینگونه اثبات می کنیم

(فرض) $AE + 1 = AB$ $AE = DC$ $AD = BE$ $\hat{ADC} = \hat{DEC}$

(علم) $\hat{AEB} \cong \hat{ADC} \rightarrow \overline{AE} = \overline{DC}$

۷

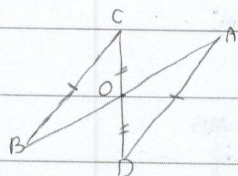
طبق فرض $\hat{ADC} = \hat{DEC} \rightarrow \hat{AEB} \cong \hat{ADC} \rightarrow AB = AC$

طبق فرض $\hat{E}_1 = \hat{D}$

$\begin{cases} AC = AE + EC \\ AC = AE + 1 \end{cases} \rightarrow EC = 1$



۸. در کتاب



$OB = OA$ ← ضلع ضلع - فرض
 $\hat{OCB} = \hat{ADO}$ ← ض ض فرض
 یا $CD \perp AB$ ← وض

صفحه ۹۸ تکمیلی

۹. حیر سرافهمید

۱۰. الف) زیرا سرافهمیدست بودن مثلث دو ضلع و زاویه بین آنهاست

$\hat{B} = \hat{D}$ - BD - AB و CD - AC - $\hat{C} = \hat{A}$

ب)

$\hat{C} = \hat{A}$
 $AE = EC$
 $AB = CD$

فرض $\rightarrow \triangle AEB \cong \triangle CED$

۱۱. الف) همواره درست نیست. زیرا سرافهمیدست بودن مثلث دو زاویه و ضلع بین آن است. و اثر ضلع، ضلع غیر بین دو زاویه باشد

ممکن است ضلع بین دو زاویه کمتر یا بیشتر شود



ب) درست است - فرض

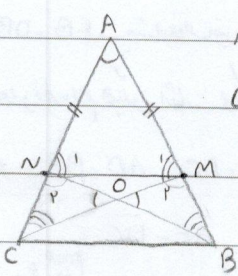
۱۲. حیر ۱۳. الف) جت ب)

صفحه ۱۰۰ تکمیلی

$\overline{AM} = \overline{AN}$ متای الین $\triangle ABC$ (فرض)

$\hat{ANB} \cong \hat{AMC}$ و $\hat{OCN} \cong \hat{OBM}$

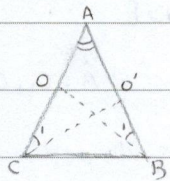
۱۴. الف)



$AB = AC$ طبق فرض
 \hat{A} زاویه بین مشترک
 $AM = AN$ طبق فرض

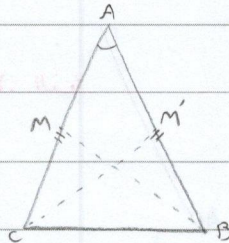
فرض $\rightarrow \hat{ANB} \cong \hat{AMC}$

$$\begin{aligned} \triangle ANB \cong \triangle AMC \quad \text{ف. ۱} &\rightarrow \begin{cases} \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{N}_1 = \hat{M}_1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \hat{M}_2 = \hat{N}_2 \\ 180 - \hat{N}_1 = \hat{M}_1 \end{cases} \quad \begin{cases} AB - AM = MB \\ AC - AN = NC \end{cases} \quad \text{ب. ۱۶} \\ \text{فرض } \hat{B} = \hat{C} &\rightarrow \triangle OCN \cong \triangle OBM \end{aligned}$$



۱۵ الف) BO و CO نیز مساوی است. متساوی الساقین ABC یا AB = AC (فرض)

ب. ۱۵ BO = CO (حکم)

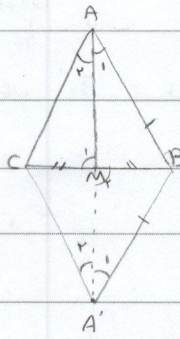


$$\begin{aligned} \text{فرض } AB = AC &\rightarrow \triangle ABO \cong \triangle ACO \quad \text{ف. ۱} \rightarrow BO = CO \\ \text{طبق فرض } \hat{B}_1 = \hat{C}_1 &\rightarrow \text{زاویه‌ی مشترک } \hat{A} \end{aligned}$$

ب. ۱۶ CM و BM میان‌های وارده بر AB و AC و متساوی الساقین ABC (فرض)

$$\begin{aligned} BM = CM &\rightarrow \triangle ABM \cong \triangle ACM \quad \text{ف. ۱} \rightarrow CM = BM \\ \text{طبق فرض } \hat{A} &\rightarrow \text{زاویه‌ی مشترک } \hat{A} \end{aligned}$$

$$x + y + 10 = 180 \rightarrow 20 + 10 = 30 = 180 - 150 \quad \text{۱۴}$$



۱۷ م. ۱۷ BC میانه‌ی M $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (فرض)

متساوی الساقین ABC (حکم)

میان‌های AM و AN از خودشان ادامه می‌دهیم و آن را A' می‌نامیم. سپس نقاط B و C را به آن وصل می‌کنیم.

$$AB = BA' \rightarrow \triangle ABA' \text{ متساوی الساقین } \hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{A}_3$$

$$AC = CA' \rightarrow \triangle ACA' \text{ متساوی الساقین } \hat{A}_2 = \hat{A}_3 = \hat{A}_1 = \hat{A}_4$$

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$$

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \rightarrow \triangle ABA' \cong \triangle ACA' \quad \text{ف. ۱} \rightarrow AB = AC \rightarrow \triangle ABC \text{ متساوی الساقین}$$

AA' ضلع مشترک

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \rightarrow CM = BM \quad \text{۱۷}$$

نکته

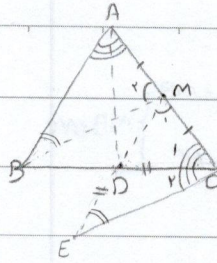


۱۸ متساوی الساقین ABC یا AB = AC

$$\begin{aligned} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 &\rightarrow \triangle ABA' \text{ متساوی الساقین } \rightarrow AB = BA' \\ \hat{A}_2 = \hat{A}_3 &\rightarrow \triangle ACA' \text{ متساوی الساقین } \rightarrow AC = CA' \end{aligned} \quad \boxed{AB = AC}$$

$$\begin{aligned} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 &\rightarrow \triangle AMC \cong \triangle BMA' \\ AM = A'M &\rightarrow \text{ف. ۱} \rightarrow \hat{A}_2 = \hat{A}_1 \rightarrow \hat{A} \\ MB = MC &\rightarrow \hat{A}_3 = \hat{A}_2 \rightarrow \hat{A} \end{aligned}$$

«صغیر اہل کتب»

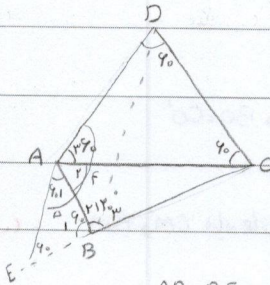


۱۸. فرض AC میانہ M - $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ $CD + DM = BM$

بارہ نقطہ M دہانہ CD اقتلائی رسم $\hat{ACB} + \hat{ABM} = \hat{BAC}$ (حکم)

$\hat{MCE} \cong \hat{ABM} \rightarrow \hat{B} = \hat{E}$

$\hat{A} = \hat{C}_1 + \hat{C}_2 \rightarrow \hat{BAC} = \hat{ACB} + \hat{ABM}$
 $\hat{E} = \hat{C}_2 = \hat{B} \leftarrow DCE$ متساوی الساقین



۱۹. در کتاب
 فرض \hat{ADC} متساوی الاضلاع

۲۰. الزام

BD نیمساز B (حکم)

$AB = BE \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{E}$

$AD = AC$

$AB = AE$

فرض $\hat{ABD} \cong \hat{AEC}$ \rightarrow
 $\hat{DB} = \hat{EC}$

$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{B}_3 = 110^\circ$

$\hat{B}_2 + \hat{B}_3 = 110^\circ$

$\hat{B}_1 = 90^\circ \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{E}_1 = \hat{B}_1 = 90^\circ$

$\hat{A}_F = \hat{A}_A$

$\hat{E}_1 = \hat{B}_2 = 90^\circ$
 $\hat{B}_2 + \hat{B}_3 = 110^\circ$
 $\frac{90}{90} \frac{20}{20}$ \hat{B} نیمساز B

$\hat{A}_3 + \hat{A}_2 = \hat{A}_2 + \hat{A}_1 \rightarrow \hat{A}_F = \hat{A}_A$

$BD = AB + BC$ (حکم)

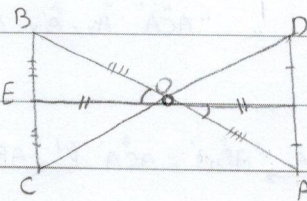
ABE متساوی الاضلاع $EB = AB$

۲۰. ب

۲۱. در کتاب $a + b + c = 90^\circ$

$BD = EC \rightarrow EC = EB + BC$ $\left. \begin{array}{l} BD = AB + BC \\ BD = EC \end{array} \right\} BD = AB + BC$

۲۲. در کتاب

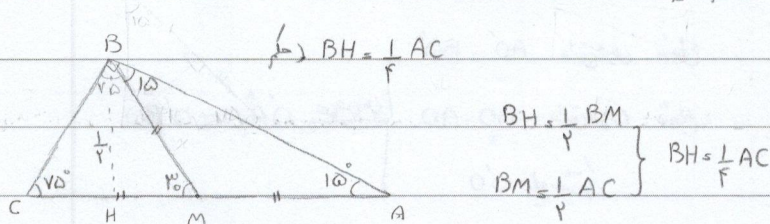


۲۳. خبر می توان گفت AB و CD نیروه قاضی

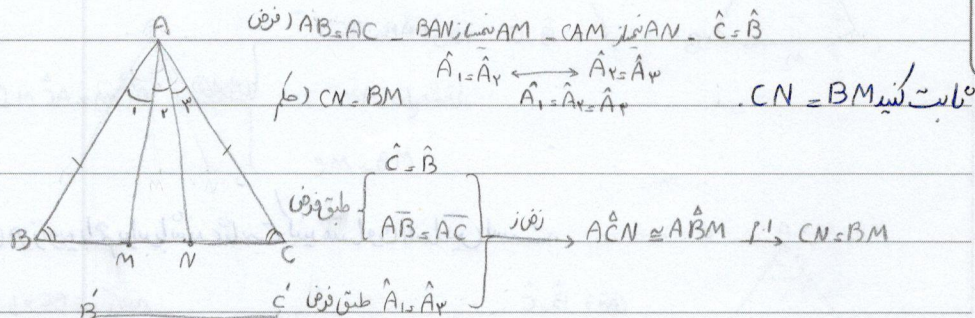
$\hat{AOF} = \hat{BOE}$ فرض \leftarrow نیف می کند

★ اگر در مثل قائم الزاویه ای، یک زاویه آن 15° باشد، ثابت کنید، ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{2}$ وتر است.

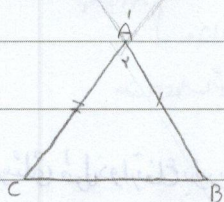
میدانی AC را منصفی کنیم. (فرض $\hat{A} = 90^\circ$, $BM = AM = CM$)



مثلث ABC متساوی الساقین است ($AB = AC$). AM نیمساز زاویه B و AN نیمساز زاویه C است.



دو ضلع AB و AC از مثلث ABC را از طرف رأس A به اندازه‌ی خردشان امتداد می‌دهیم تا به ترتیب نقطه‌های B' و C'



ایجاد شود. ثابت کنید $BC = B'C'$ است.

فرض $B'A = BA$, $AC' = AC$

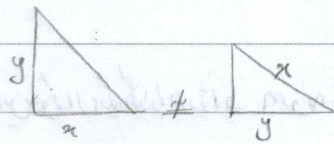
حکم $BC = B'C'$

طبق فرض $\left\{ \begin{array}{l} BA = B'A \\ AC' = AC \end{array} \right\}$ بنابر 1° , $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ $\therefore BC = B'C'$

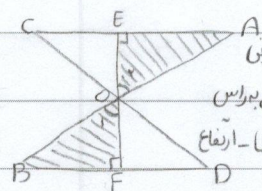
متقابل در رأس $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

هم‌خطی مثلث‌های قائ‌الزاویه

۱. فرض کنید دو مثلث قائ‌الزاویه $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ به گونه‌ای قرار گرفته‌اند که $\angle C = \angle F = 90^\circ$ و $\angle A = \angle D$ باشد. نشان دهید که $BC \parallel EF$ و $AC \parallel DF$.



۲. الف) دواره صحیح نیست. ممکن است اضلاع تقعر به نظر نیایند. ب) دواره صحیح است. اگر دو ضلع مجاور و برابر باشند و ضلع‌های دیگر برابر باشند، دو ضلع موازی هستند.



فرض $\hat{A} = \hat{C}$ و $\hat{B} = \hat{D}$ (متقابل براس)
طبق فرض $\hat{F} = \hat{E} = 90^\circ$
طبق فرض $OF = OE$
فرض $\hat{AOE} = \hat{BOF}$

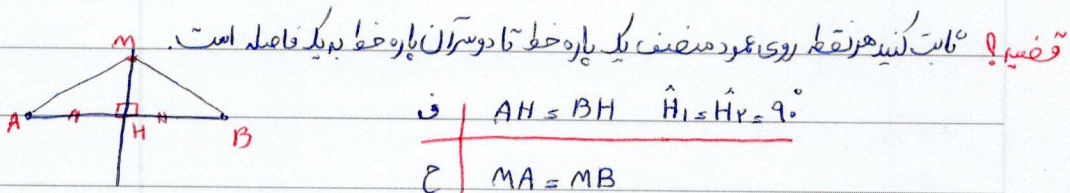
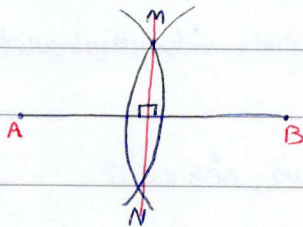
۳. خیر. اگر $OF = OE$ باشد، $OB = OA$ باشد.

★ طریقه‌ی رسم عمود منصف:

مواخواهیم عمود منصف پاره خط AB را رسم کنیم. دهانه‌ی چتر را برایش از نقطه A باز کرده، به مرکز A و به مرکز B

تکمان می‌زنیم. این دو گمان یکدیگر را در نقاط M و N قطع می‌کنند. این دو نقطه را به هم وصل می‌کنیم. MN عمود منصف

AB است.



ف	$AH = BH$	$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$
ع	$MA = MB$	

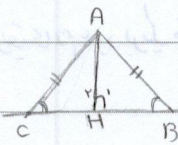
چون $AH = BH$

$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$

مقطع مشترک MH

فرض $\hat{A}MH \cong \hat{B}MH \rightarrow \overline{AM} = \overline{BM}$

اگر نقطه ای از دو سربل یک پاره خط فاصلی یکسان داشته باشد ثابت کنید این نقطه روی عمود منصف پاره خط قرار دارد.



$$AB = AC \quad \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$$

از نقطه A بر BC عمود می کشیم.

عمود منصف AH - H میانه BC و $AH \perp BC$ (حکم)

$AB = AC \rightarrow \triangle ABC$
(مساوی الساقین)
 $\hat{B} = \hat{C}$

$$AB = AC$$

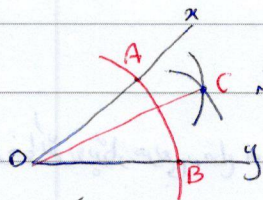
$$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$$

$$\hat{B} = \hat{C}$$

پس $\triangle ABH \cong \triangle ACH$ (پ) $\rightarrow HB = HC$ $\xrightarrow{AH \text{ عمود منصف } BC}$

★ **طریقه ی رسم نیمساز:**

برای رسم نیمساز زاویه ی $\alpha O \gamma$ ابتدا دهانه ی پرگار را به اندازه ی دلخواه باز کرده و به مرکز O کمانی می زنیم تا اضلاع



زاویه را در نقاط A و B قطع کند سپس دهانه ی پرگار را به اندازه ی دلخواه باز کرده و بدون آنکه

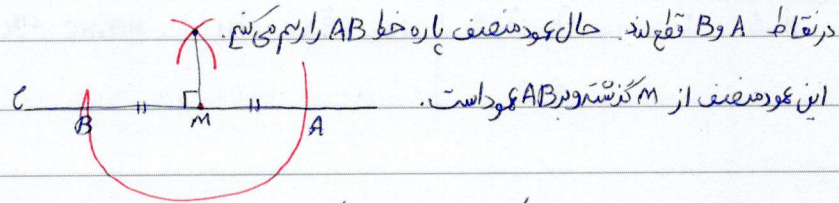
اندازه آن را تغییر دهیم به مرکز A و B کمان می زنیم. محل برخورد کمان ها را C می نامیم. O را به C وصل می کنیم. OC نیمساز زاویه ی مورد نظر است.

مثال: ثابت کنید هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه فاصلی یکسان دارد. (ثابت شده است)

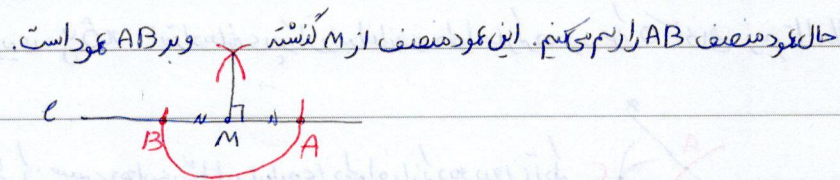
ثابت کنید اگر نقطه ای از دو ضلع یک زاویه فاصلی یکسان داشته باشد، این نقطه روی نیمساز آن زاویه قرار دارد. (ثابت شده است)

★ **طریقه‌ی رسم عمود بر یک خط :**

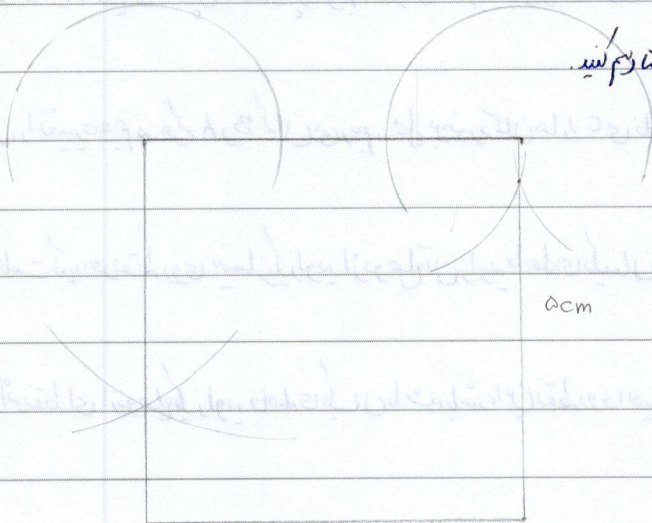
(الف) از نقطه‌ای واقع بر خط دهانی پرگار را به اندازه‌ی دلخواه باز کرده و به مرکز M مکانی می‌زنیم. به طوری که خط L را



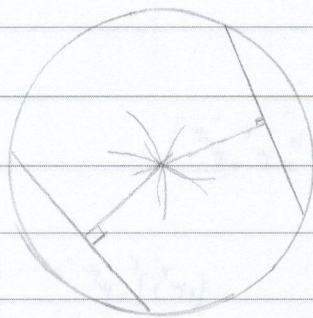
(ب) از نقطه‌ای خارج از خط به مرکز M و به شعاع دلخواه دایره می‌زنیم به طوری که خط L را در نقاط A و B قطع کند.



سوال : به یک خط L و یک دایره هر یکی به ضلع 5cm رسم کنید.



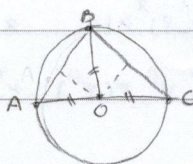
مرکز دایره را پیدا کنید.



ابتدا دو وتر غیر موازی را رسم می کنیم. عمود منصف هر کدام را رسم می کنیم. محل برخورد آنها مرکز دایره است.

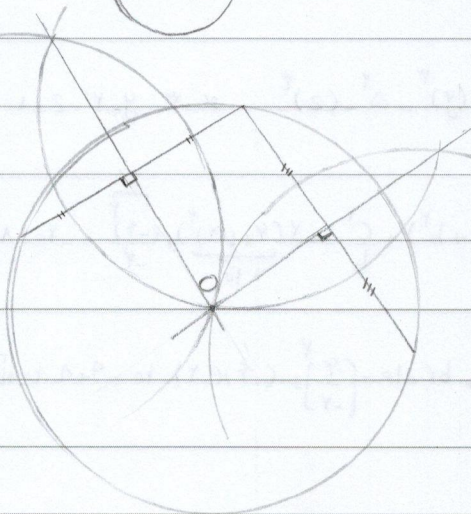
سه نقطه دلخواه A، B و C را روی محیط دایره در نظر می گیریم. عمود منصف های پاره های AB و AC را رسم می کنیم. محل تقاطع

$OB = OA$ روی عمود منصف



محفوظ مرکز دایره است. دلیل

$OB = OC$ روی عمود منصف



$$\Delta = 2^3$$

$$\binom{3}{2} = \frac{3!}{2!1!} = \frac{6}{2} = 3$$

$$9 \times 27 = 3^{10} \times 3^3 = 3^{13}$$

$$[(2^3)^2]^2 = 2^6$$

$$[(3^2)^2]^2 = 3^6$$

$$2^2 \times 2^2 \times 3^2 \times 4^2 = 2^{10} \times 3^{10} = 4^{10}$$

$$2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} = (2^{10})^3 = 2^{30}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(2^2)^2 \cdot (4^2)^2 \cdot (8^2)^2 = 2^{12} \times 4^{10} \times 8^{10}$$

$$(-2)^x > 1 \Delta \quad x = 7, 9, 11, \dots$$

$$2^2 + 2^2 = 2(2^2) = 2^4$$

$$3 + 3^2 + 3^3 = 3(3^2) = 3^4$$

$$x \times (y)^3 = 2^2 - (z)^t \quad x=3 \quad y=2 \quad z=1 \quad t=4$$

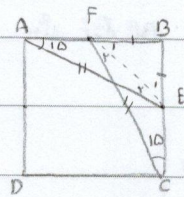
$$\text{الف) } -2(a+b^2) + \frac{c^2}{b} = -2(4+(-2)^2) + \frac{(-4)^2}{-2} = -20 - 10 = -30$$

ب) جای

$$c = -4 \quad b = -2 \quad a = 4$$

$$\text{ب) } \left(\frac{a}{b}\right)^2 + bc - 10 = \left(\frac{4}{-2}\right)^2 + (-4)(-2) - 10 = 4 + 10 - 10 = 4$$

هم بخشی مثلث های قائم الزاویه



مربع ABCD (فرض) $FC = AE$ $\hat{A} = 15^\circ$

$\hat{ABE} \cong \hat{FBC}$ $\hat{CFE} = ?$

۴

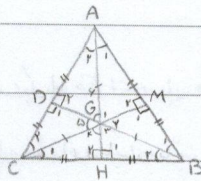
$$BC = AB$$

$$AE = FC$$

$$\hat{B} = 90^\circ$$

فرض $\hat{ABE} \cong \hat{FBC}$ ۱' $\rightarrow FB = BE \rightarrow \hat{FEB} \rightarrow \hat{E}_1 = \hat{E}_2 = 90^\circ$
متساوی الساقین

$$\hat{F}_1 + \hat{F}_2 = 90 - 15 = 75 \rightarrow \hat{CFE} = 75 - 45 = 30^\circ$$



۵ $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ $BD \perp AC$ $AB \perp CM$ $AG = BG$

متساوی الاضلاع \hat{ABC} (حلم)

$$AM = MB$$

$$AM = MB$$

$$AG = BG$$

فرض $\hat{AMG} \cong \hat{BMG}$ ۱'

$$\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ$$

$$\hat{B}_1 = \hat{A}_1$$

$$\hat{G}_1 = \hat{G}_2$$

ضلع مشترک GB

۲' طرف $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$

$$\hat{H}_1 = \hat{M}_1 = 90^\circ$$

وز $\hat{MGB} \cong \hat{BGM}$

$$\hat{G}_2 = \hat{G}_3$$

$$MB = BH$$

$$GH = GM$$

$$\hat{G}_4 = \hat{G}_1 \rightarrow \hat{G}_1 = \hat{G}_2$$

$$\hat{G}_3 = \hat{G}_4$$

ضلع مشترک GH

فرض $\hat{GBH} \cong \hat{GCH}$ ۱'

$$\hat{G}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_1 = \hat{B}_2 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1$$

$$\hat{C}_2 = \hat{A}_2$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_2, \hat{G}_4 = \hat{G}_3, \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

Sefid

ضلع مشترک CG

$$\hat{D}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$$

$$\hat{G}_5 = \hat{G}_4$$

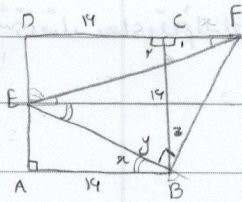
وز $\hat{GHC} \cong \hat{GCD}$ ۱'

$$CH = CD$$

$$AD = CH = CD = BH = BM = AM$$

$$AB = BC = AC = 2x \rightarrow ABC$$

متساوی الاضلاع



ABCD (مربع) $EB \perp BF$ $AB = 14$ $BE \times BF = 400$

$CF = ?$

$$\hat{y} + \hat{x} = 90^\circ$$

$$\hat{y} + \hat{z} = 90^\circ$$

① طرف $CB = AB = 14$

$$\hat{x} = \hat{z}$$

$$\text{ط } \hat{x} = \hat{z}$$

$$\text{ط } \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$$

② $\triangle CBF \cong \triangle EBA$ (ف) $FB = EB$
 $CF = AE$

$$\hat{C}_2 + \hat{C}_1 = 180^\circ \rightarrow \hat{C}_1 = 90^\circ$$

$$\hat{C}_2 = 90^\circ$$

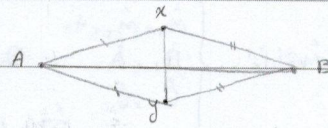
$$BE \times BF = 400 \rightarrow BE = BF = 20$$

$$CF = \sqrt{20^2 - 14^2} = \sqrt{144} = 12$$

دریافته

۸. هر نقطه‌ای از یک خط از دو سر پاره خط فاصله بیسان دارد.

و برعکس اگر نقطه‌ای از دو سر یک پاره خط فاصله بیسانی داشته باشد روی عمود منصف آن پاره خط قرار دارد.



$$XA = YA$$

$$XB = YB$$

الف) صحیح زیرا فاصله‌ی نقطه‌ی B از دو سر پاره خط بیسان و نقطه‌ی A هم منصف است.

ب) نادرست زیرا X و Y از دو سر پاره خط AB فاصله بیسانی ندارند.

$$RK = BR \leftarrow \text{شرط جدید}$$

OH ضلع مشترک

۱۱. خطی که از مرکز دایره عمود منصف از دو سر پاره خط بیسان فاصله است

$$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$$

ضلعی $\triangle AOH \cong \triangle BOH$ (ف) $OB = OA$

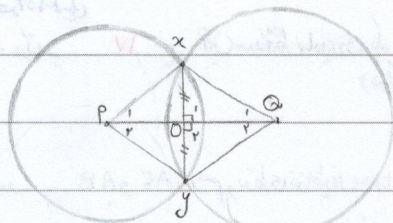
برای پیدا کردن مرکز دایره باید دو وتر غیر موازی

شعاع هلی دایره

$$BH = AH$$

رسم. محل برخورد عمود منصف این دو وتر مرکز دایره است

۱۲. در کتاب



۱۳. الف)

فرض کنید دو دایره P و Q در نقطه X و Y

$$OX = OY$$

فرض کنید PQ عمود بر XY

در این صورت

$$PXQ \cong PYQ, \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

$$XP = YP$$

$$OX = OY$$

فرض کنید

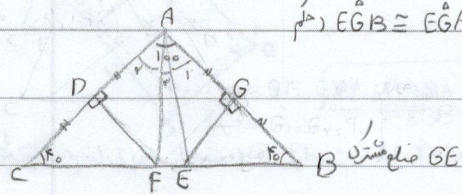
$$OXQ \cong OYQ, XO = YO, \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow PQ \text{ عمود بر } XY$$

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

ب. خیر. اگر فرض مسئله را شعاع دو دایره برابر است، باشد ضیق و ضیق $OXQ \cong OYQ$ و $OX = OY$

$$14. \text{ فرض کنید } AB = AC, \hat{A} = 100^\circ, \text{ و } DF, GE \text{ عمود بر } AC, AB \text{ به ترتیب. } \hat{G}_1 = \hat{G}_2, \hat{D}_1 = \hat{D}_2, 90^\circ$$

$$\text{حکم } \hat{EGB} \cong \hat{EGA}, \hat{DFC} \cong \hat{DFA}, \hat{EAF} = ?$$



$$\text{فرض کنید } \hat{G}_1 = \hat{G}_2 = 90^\circ \text{ طبق فرض } \hat{EGB} \cong \hat{EGA} \Rightarrow \hat{B} = \hat{A}_1 = 40^\circ$$

$$\text{طبق فرض } GB = AG$$

$$\hat{A}_2 = 100^\circ - 10^\circ = 90^\circ \hat{EAF}$$

DF عمود بر AC

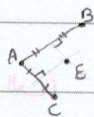
$$\text{فرض کنید } \hat{DFC} \cong \hat{DFA}, \hat{C} = \hat{A}_2 = 40^\circ$$

$$\text{طبق فرض } 90^\circ = \hat{D}_1 = \hat{D}_2$$

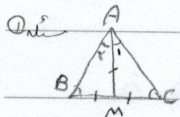
صخر ۵۵ آبیلی

صخر ۵۶ آبیلی

۱۵. در کتاب ۱۶. در کتاب ۱۷. غیر این سه نقطه نباید روی یک خط باشند (در کتاب راست)

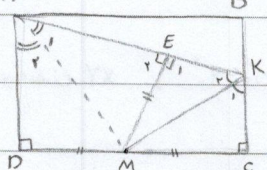


۱۸. ابتدا عمود منصف AB و AC را رسم و نقطه تقاطع آن ها را E می نامیم. دایره آجا باید نصف شود.



۱۹. این دو مسئله عکس هم هستند. ۲۰. شش مسئله
 $AM \perp BC \rightarrow AM = MC \rightarrow \hat{A}_1 \hat{M} C = \hat{A}_2 \hat{M} C$
 $AM \perp BC \rightarrow AM = MB \rightarrow \hat{A}_1 \hat{M} B = \hat{A}_2 \hat{M} B$

صخر ۵۷ آبیلی
 $\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180^\circ$
 $\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180^\circ \rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_2 + \hat{A}_1 = 2\hat{A}_2 + 2\hat{A}_1 = 2(\hat{A}_1 + \hat{A}_2) = 180^\circ \rightarrow 90^\circ = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \hat{A}$

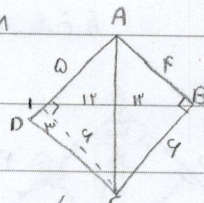


۲۱. در کتاب
 از M بر AK عمود می کشیم E.
 KM نیاز از AKC - M وسط CD (فرض)
 AM نیاز از KAD (حکم)

۲۲.
 ① طبق فرض $\hat{K}_1 = \hat{K}_2$
 $\hat{E}_1 = \hat{C} = 90^\circ$ فرض
 ضلع مشترک MK
 $\hat{M} \hat{K} C \cong \hat{M} \hat{K} E \rightarrow EM = MC \rightarrow MC = MD \rightarrow EM = MD$

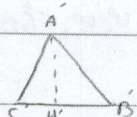
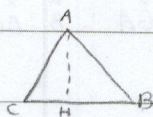
② طبق $EM = MD$

فرض $\hat{E}_2 = \hat{D} = 90^\circ$
 ضلع مشترک AM
 $\hat{A} \hat{M} D \cong \hat{A} \hat{M} E \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$ نیاز از AM



$S_{ABCD} = 24$

هر نقطه روی نیم سازه دو سزاوی به یک فاصله است.
 $S_{ADC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$



(فرض) $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$

(حکم) $A'H' = AH$

۲۴ الف)

$S_{ABC} = \frac{1}{2} CB \times AH$

$S_{A'B'C'} = \frac{1}{2} C'B' \times A'H'$
 $AH = A'H'$

(فرض) $AB = CD$ - EN و FN عمود منصف - $EM = FM$ - $\hat{E} = \hat{F} = 90^\circ$

(حکم) $\hat{A} \hat{M} C$
 نیاز از MN

می دانیم هر نقطه روی عمود منصف یاوه فاصله از دو سر آن یاوه فاصله به یک فاصله می باشد
 $NA = ND$ - $NB = NC$

توان

★ ضرب اعداد تواندار

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

(الف) پایه‌ها مساوی

$$a^m \times b^m = ab^m$$

(ب) توانها مساوی

تقسیم اعداد تواندار

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

(الف) پایه‌ها مساوی

$$a^m \div b^m = \left[\frac{a}{b} \right]^m \quad (b \neq 0)$$

(ب) توانها مساوی

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$a_{m^n}$$

ابتدا m را به توان n رسانده سپس عددیست آید را توان a قرار می‌دهیم

$$\star a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$11 = 3^F \quad A = 2^3 \quad 1024 = 2^{10} \quad \frac{125}{729} = \frac{\Delta^3}{3^3} = \left[\frac{\Delta}{3^3}\right]^3 \quad \frac{1}{\Delta 12} = \left[\frac{1}{12}\right]^9 = \frac{1}{3^3} = \left[\frac{1}{3}\right]^9$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^F \times 3^{10} = \left(\frac{1}{3}\right)^F \times 3^F \times 3^6 = 3^6 \quad \frac{\Delta^9 \times 9^3}{\Delta^F \times 9^6} = \frac{\Delta^2}{9^2} = \left(\frac{\Delta}{9}\right)^2 \quad \frac{x^V \times y^F}{x^A \times y^I} = x^2 y^2$$

$$3^A \times 3^F = 3^9 \quad (3^F)^I = 3^1 \quad \frac{3^I \times 3^V}{3^3} = 3^{\Delta} \quad \left(\frac{3}{3}\right)^I \div \left(\frac{3}{3}\right)^A = \left(\frac{3}{3}\right)^2 \quad \frac{(-4)^1}{(-4)} = \frac{(-4)^3}{(-4)}$$

$$9 > 1 > -F > (1)^{\Delta} > 0 > \left(\frac{1}{9}\right)^{\Delta} \rightarrow -F < (1) < 0 < \left(\frac{1}{9}\right) < 1 < 9$$

$$\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{\Delta}\right)^2 = \frac{\Delta}{\Delta} \quad \left(\sqrt{\Delta}\right)^2 = \Delta \quad \left(\sqrt{\Delta}\right)^2 = (-\sqrt{\Delta})^2 \quad \sqrt{\Delta} = -\sqrt{\Delta}$$

$$(-10^2)^3 = -10^6 \quad [(-10)^3]^2 = 10^6 \quad (x^2 y^3)^F = x^1 y^{12} \quad \frac{x^F}{\left(\frac{x^V}{x^I}\right)^{\Delta}} = x^{I_0}$$

$$\left[\frac{3^9 \times (-3)^{\Delta}}{-12^{\Delta}}\right] \div \left[\frac{(-2)^{\Delta} \times (-3)^{\Delta}}{9^{\Delta}}\right] = -2^{\Delta} = -32 \quad \frac{3^9}{3} = 3^8 \quad \frac{3^V}{3} = 3^9$$

جزئیاتی ۱۸،۵ تا یکم اعشار $\sqrt{42}$ تا دوم اعشار

$$\sqrt{11,5} \rightarrow F < \sqrt{11,5} < 5 \quad (F, 5)^2 = 20,25 \rightarrow \sqrt{11,5} < F, 5$$

$$(F, F)^2 = 19,34 \quad (F, 3)^2 = 11,49 \rightarrow \sqrt{11,5} \sim F, 3$$

$$\sqrt{42} \rightarrow 4 < \sqrt{42} < 7 \quad (4, 5)^2 = 17,25 \rightarrow 4, F < \sqrt{42} < 4, 5$$

$$(4, F)^2 = 41,9025 \rightarrow \sqrt{42} > 4, F \quad (4, F9)^2 = 42,11 \quad (4, F1)^2 = 41,99 \rightarrow \sqrt{42} \sim 4, F1$$

صفر ۱۱۲ واری

$$\sqrt{19} \rightarrow F < \sqrt{19} < 5 \quad (F, 5)^2 = 20,25 \quad \sqrt{19} < F, 5 \quad (F, F)^2 = 19,34 \quad (F, 3)^2 = 11,49$$

$$\boxed{\sqrt{19} \sim F, 3}$$

$$\sqrt{F0} \rightarrow 4 < \sqrt{F0} < 7 \quad (4, 5)^2 = 17,25 \quad \sqrt{F0} < 4, 5 \quad (4, F)^2 = F0,94 \quad (4, 3)^2 = 39,99 \quad \boxed{\sqrt{F0} \sim 4, 3}$$

$$\sqrt{150} \rightarrow 12 < \sqrt{150} < 13 \quad (12, 5)^2 = 154,25 \quad \sqrt{150} < 12, 5 \quad (12, 3)^2 = 151,29 \quad \boxed{(12, 2)^2 = 148,84 \sim \sqrt{150}}$$

$$\sqrt{385} \rightarrow 19 < \sqrt{385} < 20 \quad (19, 5)^2 = 380,25 \quad \sqrt{385} > 19, 5 \quad (19, 4)^2 = 384,16 \quad (19, 7)^2 = 388,09$$

$$\boxed{\sqrt{385} \sim 19, 4}$$

حاصل عبارت زیر را بصورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$f^{p^q} \times \Delta = 10^{p^q} \times f^{10} = (10^p)^{10} \times f^{10} = 10^{p \cdot 10}$$

$$10^{\mu\text{W}} \times [(10^{\text{V}})^{\text{W}}]^{\text{r}} \times 10^{(\text{r}^{\text{W}})^{\text{r}}} = 10^{\frac{21\text{V}}{\text{r}}} \times 10^{\frac{1\text{r}}{\text{r}}} \times 10^{\frac{9\text{r}}{10}} = 10^{\frac{21\text{V}}{10}}$$

$$\frac{100\% \times \Delta I \times 100\%}{100\% \times \Delta F \times 100\%} = \frac{100\% \times 15\% \times 100\%}{100\% \times 10\% \times 100\%} = 1.5$$

$$\frac{(x^{\frac{10}{10}} \times x^{\frac{10}{10}})^{\frac{1}{10}}}{[x^{\frac{10}{10}} \div (x^{\frac{10}{10}})^{\frac{1}{10}}] \times x^{\frac{10}{10}}} = \frac{x^{\frac{1}{10}}}{x^{\frac{1}{10}}} = \left(\frac{x}{x}\right)^{\frac{1}{10}}$$

$$\left(\frac{Y}{\Delta}\right)^{11} \times \left(\frac{F}{10}\right)^1 \times \left(\frac{F}{\frac{P_0}{\Delta}}\right)^{10} \times \left(\frac{A}{12\Delta}\right)^F = \left(\frac{Y}{\Delta}\right)^{14} \times \left(\frac{F}{10}\right)^1 \times \left(\frac{Y}{\Delta}\right)^{19} = \left(\frac{Y}{\Delta}\right)^{34} \times \left(\frac{F}{10}\right)^1 = \left(\frac{Y}{\Delta}\right)^{34} \times \left(\frac{F}{10}\right)^1 \times \left(\frac{Y}{\Delta}\right)^{14} \times \left(\frac{F}{10}\right)^1$$

ن ۷ و ۷^{۲۰۰} عددی مثال بنویسید بر ۵ بخش پذیر باشد

۱۹۲۹ء باسند حاصل عبارات زیر ایست آورید۔

$$Y^{a+\mu} = Y^a \times Y^\mu = \Lambda_0$$

$$19^{a+1} = \underbrace{19^a}_{(19^a)^f = 10^f} \times 19 = 10^f \times 19 = 19 \text{oooo}$$

$$\frac{a-1}{s} = \frac{y^a}{y} = \frac{10}{y} \Delta$$

$$\left(\frac{1}{F}\right)^{a-1} = \left(\frac{1}{F}\right)^a \div \left(\frac{1}{F}\right)^1 = \left(\left(\frac{1}{F}\right)^a\right)^r \times F = \frac{1}{100} \times F = \frac{1}{100} F$$

Δ جزیرہ $2a+2$ $a+3$ است Δ *

$$(Q) \frac{r a + w}{r a + r} = \frac{r a + q}{r a + r} = \frac{r a}{r a} \times \frac{q}{r} = \omega \cdot q \text{ (Ans)}$$

خاصیت بخشیدوری ضرب نسبت به مع و تقریب

$$\mu \xrightarrow{F^W} (\mu^Y)^Y \quad Y \xrightarrow{G^W} (Y^W)^Y \quad W_X(Y)^Y \rightarrow \square(Y)^Y$$

$$\Lambda^9 \square \Lambda^9 \quad \Psi^{\Psi} \square \Psi^{\Psi} \quad \Psi^{\Psi} \Psi^{\Psi} \square \Psi^{\Psi} \Psi^{\Psi}$$

$$\underbrace{F_X(Y^\Delta)}_{\Psi_Y^\Delta} \boxtimes \underbrace{\Psi_X(W^\Delta)}_{\Psi_Y^\Delta}$$

$$\frac{Y^V + Y^A}{q^V + q^A} = \frac{X(Y^V)^A}{X(q)^V} = \frac{\mu^A}{\mu^V} = \mu$$

$$\frac{Y^W + Y^Y}{Y^L} = \frac{Y^L (Y^W + Y^Y)}{Y^L} \leftarrow Y^W + Y^Y = 1$$

$$P \times P^{14} + 1 \times P^{14} = P \times P^{14} + P \times P^{14} + 1 \times P^{14}$$

$$\frac{y^w y^l}{y^l} + \frac{y^l}{y^l} = y^w + y^l$$

حاصل را با عددی آنگاه با بنویسید

$$\frac{Y^{10} + Y^{11} + Y^{12}}{Y^V + Y^7 + Y^9} = \frac{Y^{10}(Y+1+F)}{Y^V(1+Y+F)} = Y^{14}$$

$$\begin{array}{c} \overbrace{y^9} \\ \underbrace{y^y \quad y^y \quad y^1 \quad y^9}_{y^y + y^y + y^1 + y^9 = y^{10}} \end{array}$$

$$Y + Y + Y^2 + Y^3 + Y^4 + \dots + Y^{\infty} = Y + Y^2 + Y^3 + \dots$$

$$\frac{\mu^0}{\mu^1} = \frac{\mu^1}{\mu^2} = \frac{\mu^1(q-1)}{\mu^2(q-1)} = \mu^q$$

$$\mu + \mu + \mu + \dots + \mu^{\omega_0} = \mu^{\omega_1} - \mu$$

$$P_A = P_1 + P_2 + \dots + P_n \quad P_A = P_1 - P_2 \rightarrow A = \frac{P_1 - P_2}{Y}$$

★ توان منفی

$$\frac{v^f}{v^{10}} = v^{f-10} = v^{-9} \rightarrow v^{-9} = \left(\frac{1}{v}\right)^9$$

$$\star \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$$

$$\frac{v^f}{v^{10}} = \frac{1}{v^9} = \left(\frac{1}{v}\right)^9$$

حاصل عبارات زیر را بصورت یک عبارت توان دار بنویسید.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-7} \times 9^f = 3^{14}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{-f} \times \left(\frac{f}{9}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\left(\frac{5}{14}\right)^{-3} \times 14^{-5} \times \left(\frac{1}{14}\right)^5 = \frac{f^2}{96} \times \left(\frac{1}{14}\right)^5 = \frac{f^2}{96} \times \left(\frac{1}{14}\right)^8$$

$$2^a = 2 \quad 2^b = 2 \quad ab = 2 \rightarrow (2^a)^b = 2 \rightarrow 2^{ab} = 2 \quad ab = 1 \quad .23$$

$$(الف) \quad 2^x - 1 = 2^x \times 2^x - 1 = 10 \times 10 - 1 = 99 \quad 2^x = 10 \quad .27$$

$$(ب) \quad \left[\frac{1}{2}\right]^{x+1} = \left[\frac{1}{2}\right]^x \times \left[\frac{1}{2}\right]^1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \quad .28$$

$$(ج) \quad 2^{2x+2} + 2^{3x-1} = 2^{2x+2} + 2^{3x-1} = 2^x \times 2^x \times 2^2 + 2^x \times 2^x \times 2^x \div 2^1 = 10 \times 10 \times 2 + 10 \div 2 = 220 \quad .29$$

$$(د) \quad \left[\frac{2^x}{1000-995} - 95\right] = \left[\frac{2^x}{100-95} - 95\right] = (2^x - 95) = 10 \div 2 = 2 \quad .30$$

$$(0/2)^{1000}, \left[\frac{1}{3}\right]^{1000}, \left(\frac{0/25}{f}\right)^{1000} \quad \left[\frac{1}{3}\right] \times \left[\frac{1}{3}\right]^{1000} \square \left[\frac{1}{f}\right]^{1000} \left[\frac{1}{3}\right]^{1000} > (0/2)^{1000} \quad .31$$

$$2^{1001}, 2^{999}, 2^{998}, 2^{1000} \quad \left[10 \times 2^{998} < 2^{999} < 2^{1000} < 2^{1001}\right] \quad .32$$

$$2^x = 10 \quad \left(\left(\frac{2^x}{1000-995} - 95\right) - 95\right)^x = \left(\left(\frac{2^x}{100-95} - 95\right) - 95\right)^x = 2^x = 10 \quad .33$$

$$(2^{10} + 2^{10})(2^{10} + 2^{10} + 2^{10}) = 2^x \times 2^{10} \times 2^x \times 2^{10} = 2^{21} \quad .34$$

$$(الف) \quad 2^{10} + 2^{10} = 2^x \times 2^{10} = 2^x \times 2^{10} = 2^{11} \quad (ب) \quad 2^{10} + 2^{10} + 2^{10} = 2^x (2^{10}) = 2^x \times 2^{10} = 2^{11} \quad .35$$

$$(ج) \quad 2^{10} + 2^{10} + 2^{10} + 2^{10} = (2^x \times 2^{10}) \times 4 = 2^x \times 2^{10} \times 2^2 = 2^{12} \quad (د) \quad 2^{10} + 2^{10} = 2^x + 2^x = 2^x \quad .36$$

$$(هـ) \quad 2^{10} + 2^{10} + 2^{10} = 2^x + 2^x + 2^x = 2^x \quad (و) \quad 2^{10} + 2^{10} + 2^{10} = 2^{11} \quad .37$$

$$(ز) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad (ح) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = 1 \quad .38$$

$$(ب) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad (د) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad .39$$

$$(ج) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad (هـ) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad .40$$

$$(و) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad (ز) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad .41$$

$$(ح) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad (ط) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad .42$$

$$(ي) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad (ك) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad .43$$

$$(ل) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad (م) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad .44$$

$$(ن) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad (س) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad .45$$

$$(ع) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad (ف) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad .46$$

$$(ق) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad (ك) \quad \frac{2^{10} + 2^{10}}{2^{10} + 2^{10}} = \frac{2^x}{2^x} = \frac{1}{1} = 1 \quad .47$$

$$(\overset{100}{\Delta} + \overset{100}{\Delta} + \overset{100}{\Delta}) \times (\overset{100}{\psi} + \overset{100}{\psi} + \overset{100}{\psi} + \overset{100}{\psi} + \overset{100}{\psi}) = \overset{\Delta}{\psi} \times \overset{\Delta}{\psi} \times \overset{\Delta}{\psi} \times \overset{\Delta}{\psi} \times \overset{\Delta}{\psi} = \overset{\Delta \Delta \Delta}{\psi} \times \overset{\Delta \Delta}{\psi} = \overset{\Delta \Delta \Delta}{10} = 10 \quad . \psi \psi$$

$$\text{(الف)} (O_1 O F)^{-V} \times Y_2 D^V = Y_2^V \times Y_2^F = Y_2^{11}$$

$$\text{(ب)} \underbrace{(O_1 Y_2 D)^{-F}}_{1^F} \times \underbrace{1^V}_{\left(\frac{1}{1^F}\right)^V} \times \underbrace{(O_1 Y_2 D)^{-V}}_{F^V} = 1^F \times 1^V \times \left(\frac{1}{1^F}\right)^V \times F^V = F^V \quad \text{ف.ف}$$

$$\textcircled{c}) \left(\frac{1}{y}\right)^{-\Delta} \times \Lambda^1 \times \left(\frac{1}{q}\right)^F = y^\Delta \times \left[\frac{1}{\Lambda^1}\right]^Y \times \left(\frac{1}{q}\right)^F = y^\Delta \times \frac{1}{y^\Delta} \times \frac{1}{y^\Delta} = \left[\frac{1}{y}\right]^\Delta \Rightarrow (q^\Delta \infty \Lambda)^{-Y} \div (q^Y)^F = 120^Y \times \frac{(90)^F}{120^F} \times 120^W = \Delta \times \Delta \times \Delta$$

$$a) (\omega/\Delta)^{-q} \times \nu \Delta^{-r} = \frac{\nu^q}{\nu^q} \times \left(\frac{1}{\nu \nu}\right)^r = \left(\frac{1}{\nu}\right)^{1F} = \frac{1}{\nu^0} = \frac{1}{\nu^0 \nu^{1F}} = \left(\frac{1}{\nu}\right)^{1F} \quad b) (\omega/\Delta)^{-q} \times \nu \Delta^r = \frac{\nu^q}{\nu^q} \times \frac{\nu^q}{\nu^q} = \frac{q}{\Delta \times \Delta} = \frac{q}{\Delta \times \Delta} = \Delta^{1F}$$

$$i) \left(\frac{y}{\Delta}\right)^V \times \left(\frac{\Delta}{y}\right)^{-W} \times \left(\frac{y}{P}\right)^W \times \left(\frac{1}{14\Delta}\right)^{-V} = \left(\frac{y}{\Delta}\right)^V \times \left(\frac{y}{\Delta}\right)^W \times \left(\frac{\Delta}{y}\right)^V \times \left(\frac{\Delta}{y}\right)^{10} = \left(\frac{y}{\Delta}\right)^{12} = \left(\frac{\Delta}{y}\right)^{-12}$$

(c) $y^9 \times y^{-9} = y^9 \times \left(\frac{y}{y}\right)^9 = \left(\frac{y}{y}\right)^9 \times \left(\frac{y}{y}\right)^9 = \left(\frac{y}{y}\right)^{18}$

توان

$$3^{12} = 3^4 \quad x=2$$

$$2^{12} = 2^{24} \quad x=3$$

الف

$$(1^4)^2 \times (5^2)^4 \times 10^4 = 10^{12}$$

$$3^4 \times 2^4 \times 5^4 = 2^4 \times 3^4 \times 5^4$$

ب

$$(1/4)^3 \times (1/4)^3 = (1/4)^6 = (1/2)^6 = (1/2)^6$$

$$2^4 \times 3^4 \times 5^4 \times 7^4 \times 11^4 \times 13^4 = 2^4 \times 3^4 \times 5^4 \times 7^4 \times 11^4 \times 13^4$$

$$3^4 \times 2^4 \times 5^4 \times 7^4 \times 11^4 \times 13^4 = 3^4 \times 2^4 \times 5^4 \times 7^4 \times 11^4 \times 13^4$$

$$3^4 \times 2^4 \times 5^4 \times 7^4 \times 11^4 \times 13^4 = 3^4 \times 2^4 \times 5^4 \times 7^4 \times 11^4 \times 13^4$$

$$(3^4 + 3^4 + 3^4)(3^{11} + 3^{11} + 3^{11}) = 3^4 \times 3^{11} \times 3^{11} = 3^{18}$$

ج

$$(2^2 \times 3^4) \times 10^4 = 2^2 \times 3^4 \times 10^4 = 2^2 \times 3^4 \times 10^4$$

$$(1^4 \times 19^4) \times 2^4 = 1^4 \times 19^4 \times 2^4 = 1^4 \times 19^4 \times 2^4$$

$$(1^2 \times 1^4) \times (2^2)^4 = 1^2 \times 1^4 \times 2^8 = 1^2 \times 1^4 \times 2^8$$

$$3^4 = 3^4 \times 3^4 \quad x=3$$

$$2^4 = 2^4 \times 2^4 \quad x=3$$

د

$$9^4 = 3^4 \times 11^4 \quad y=2$$

$$11^4 = 3^4 \times 2^4 \times 5^4 \quad x=0 \quad y=4$$

$$2^4 = 2^4 \times 3^4 \times 5^4 \quad x=9 \quad y=2$$

$$11^4 = 3^4 \times 2^4 \quad x=4 \quad y=4$$

هـ

الف) $33333 - 27 \times 1111 = 0$
 $33333 = 33333$

ب) $(\sqrt{5}+1)^{100} (\sqrt{5}-1)^{100} = (\sqrt{5}+1 \times \sqrt{5}-1)^{100} = 1^{100} = 1$
 $\frac{1}{5} = 1$

$2^1 = 3 \times a^b$
 $a^b = 3 \times 2^1$

$a+b=14$
 $b=12$

$a+b=149$
 $a^b = (149)^2$

$a+b=1244$
 $\frac{1}{2}$

$a+b=10737$
 $a^b = 10737^1$

$2 \times 2 \times 3$

$2 \times 2 \times 2$

11×229

$m^1 = 2^{10}$
 $10 \text{ فاعل } 2$

$m=2, n=20$
 $m=2, n=1$

$m=4, n=10$

$m=14, n=5$

$m=22, n=4$

$m=104, n=2$

الف) $2^{11} = 2^{11}$

ب) $(2^3)^4 = 2^{12}$

ج) $2^{12} = 2^{12}$

د) $(2^4)^3 = 2^{12}$

$2^{12} \rightarrow 2^{12}$

$2^{12} \rightarrow 2^{12}$

$(2^3)^2 \rightarrow (2^3)^2$

$2^{12} \rightarrow 2^{12}$

$(2^3)^4 \rightarrow (2^3)^4$

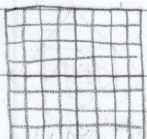
$((2^3)^4) \rightarrow ((2^3)^4)$

$(2^3)^{12} \rightarrow (2^3)^{12}$

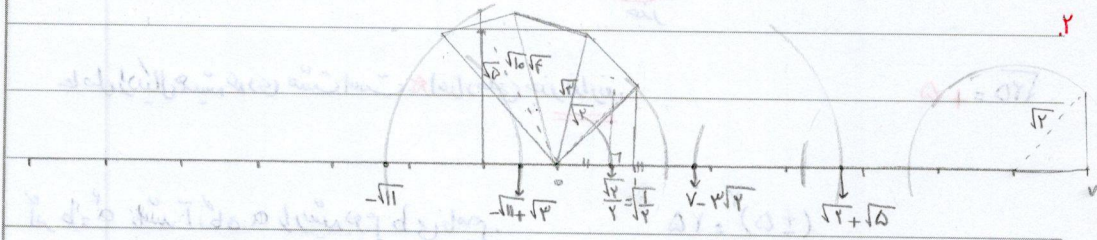
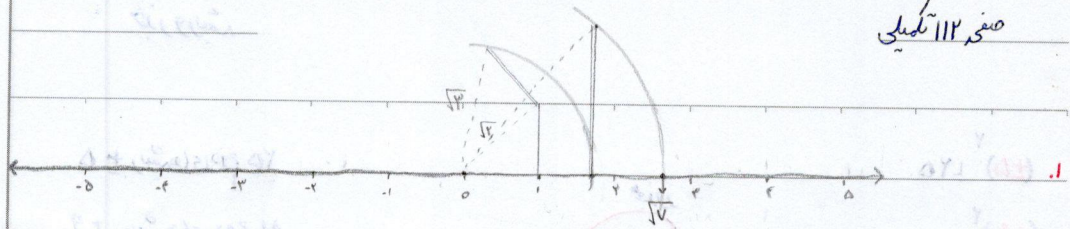
$2^{12} \rightarrow 2^{12}$

$2^{12} \rightarrow 2^{12}$

$n^{100} < 10^{100} \rightarrow (n^1)^{100} < (10^1)^{100} \rightarrow n^1 < 10^1 \rightarrow n < 10$



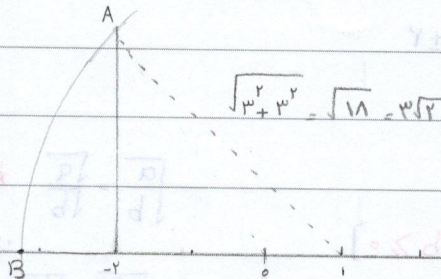
$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5 \rightarrow 5^5$



۳. $C = [2\sqrt{2} - (1 + \sqrt{2})] = [\sqrt{2} - 1] = -\sqrt{2} + 1$ $B = [3\sqrt{2} - (1 + \sqrt{2})] = [2\sqrt{2} - 1] = -2\sqrt{2} + 1$

۴. $A = \sqrt{2} - \sqrt{2} - (1 + \sqrt{2}) = \sqrt{2} - \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} = \sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 1 = -\sqrt{2} - 1$

$A \begin{cases} 1 + \sqrt{2} \\ 1 + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} \end{cases}$



$B = (3\sqrt{2} - 1) = -3\sqrt{2} + 1$ $C = -3\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2} = -5\sqrt{2} + 1$

$B = 1 + 3\sqrt{2}$

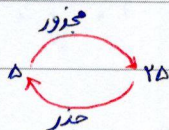
$C \begin{cases} 1 + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 1 + 5\sqrt{2} \\ 1 + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2} \end{cases}$

۷. در جواب

جزر و ریشه

$$(\pm 5)^2 = 25$$

$$(\pm 9)^2 = 81$$



± 5 ریشه‌های دوم 25

± 9 ریشه‌های دوم 81

$$\sqrt{25} = +5$$

حاصل‌ریشه‌ی همواره مثبت است. * اعداد منفی جزر ندارند:

$$(\pm 5)^2 = 25$$

اگر $b = a^2$ باشد آنگاه a ریشه دوم b می‌نامیم.

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{-25} = \text{جزر ندارد}$$

جزر فقط برای اعداد مثبت است.

$$\sqrt{-25} = -5$$

$$\sqrt{-25} = \text{جزر ندارد}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{a}$$

$$(\pm 2)^3 = \pm 8$$

$$\sqrt[3]{\pm 8} = \pm 2$$

$$(\pm 3)^4 = 81$$

$$\sqrt[4]{81} = \pm 3$$

$$(\pm 2)^5 = \pm 32$$

$$\sqrt[5]{\pm 32} = \pm 2$$

$$\sqrt{0.4} = 0.2$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad * (a \geq 0, b > 0)$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad * [a, b \geq 0]$$

$$\sqrt{(-4)(-9)} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{-4} \times \sqrt{-9} = \text{خطا}$$

خطا

$$\sqrt{\frac{-4}{-16}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{-4}}{\sqrt{-16}} = \text{خطا}$$

خطا

اگر a و b اعدادی مثبت باشند آیا می توان گفت:

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \rightarrow \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3+4 = 7 \rightarrow 5 \neq 7$$

$$\sqrt{a-b} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

اگر a و b اعدادی مثبت باشند آیا می توان گفت:

$$\sqrt{16-9} = \sqrt{7}$$

$$\sqrt{16} - \sqrt{9} = 4-3 = 1 \rightarrow \sqrt{7} \neq 1$$

جزر اعداد زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$$

$$\sqrt{0.0001} = \sqrt{\frac{1}{10000}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{10000}} = \frac{1}{100} = 0.01$$

$$\sqrt{21 + \sqrt{19 - \sqrt{3 + \sqrt{\frac{34}{4}}}}} = 5$$

$$\sqrt{25 + \sqrt{21 + \sqrt{3 + \sqrt{2 + \sqrt{\frac{1}{4}}}}} = 7$$

★ جزئیاتی به کمک تجزیه

$$\sqrt[2]{25} = \sqrt[2]{5^2} = 5$$

$$\sqrt[3]{1} = \sqrt[3]{1^3} = 1$$

$$\sqrt[2]{2^6 \times 5^6} = \sqrt[2]{2^6} \times \sqrt[2]{5^6} = 2^3 \times 5^3 = 20$$

$$\sqrt[4]{2^8 \times 3^8} = \sqrt[4]{2^8} \times \sqrt[4]{3^8} = 2^2 \times 3^2 = 36$$

توان حاصل → توان

فرجه



www.sefid.ir

جزئیاتی به کمک تجزیه

★ اگر در تجزیه یک عدد به عامل‌های اول، بتوان تمام عامل‌ها اعدادی زوج باشند، آن عدد را مجدداً حاصل یک مربع کامل می‌نامیم.

و اگر بتوان تمام عامل‌ها مضرب ۳ باشند، آن عدد را مضرب کامل می‌نامیم.

کوچک‌ترین عدد طبیعی که در ۱۳۵۰ ضرب شود حاصل مربع کامل شود، کدام است؟
 $۱۳۵۰ = ۲ \times ۵^2 \times 3^3 \Rightarrow 2 \times 3 = ۶$

کوچک‌ترین عدد طبیعی که در ۳۶۰۰ ضرب شود حاصل مضرب کامل شود، کدام است؟
 $۳۶۰۰ = ۲^4 \times 3^2 \times 5^2 \Rightarrow 5 \times 3 \times 2 = ۳۰$

$$\text{عدد } 2^{10} \times 3^{11} \times 5^9 \times 7^{11} :$$

الف، کوچک‌ترین عدد طبیعی را بیابید که اگر عدد a را بر آن تقسیم کنیم حاصل مربع کامل شود.

$$a = 2^{10} \times 3^{11} \times 5^{11} \times 7^{11} \times 2^9 \times 3^9 \times 5^9 \times 7^9 = 2^{19} \times 3^{20} \times 5^{20} \times 7^{20} \Rightarrow 2 \times 3 = ۶$$

$$2 \times 5^2 = ۵۰$$

ب، حاصل مضرب کامل شود.

★ اعمال اصلی روی رادیکال‌ها

★ اگر فرجه‌ی رادیکال‌ها برابر باشند، ضرب و تقسیم رادیکال‌ها امکان پذیر است.

$$\sqrt[2]{3} \times \sqrt[2]{7} = \sqrt[2]{21}$$

$$\sqrt[2]{25} : \sqrt[2]{5} = \sqrt[2]{\frac{25}{5}} = \sqrt[2]{5}$$

★ اگر فرجه‌ها با هم و اعداد زیر رادیکال با هم برابر باشند، جمع و تفریق رادیکال‌ها امکان پذیر است که ضرایب رادیکال‌ها را جمع جبری می‌کنیم و یکی از رادیکال‌ها را می‌نویسیم.

$$۳\sqrt{7} - ۵\sqrt{7} = -۲\sqrt{7}$$

اعمال اصلی روی رادیکالها

$$\sqrt{50} + 3\sqrt{18} = \sqrt{25 \times 2} + 3\sqrt{9 \times 2} = 5\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 17\sqrt{2}$$

$$4\sqrt{10} + 3\sqrt{40} - 2\sqrt{10} = 4\sqrt{2 \times 5} + 3\sqrt{4 \times 5} - 2\sqrt{2 \times 5} = 1\sqrt{10} + 6\sqrt{5} - 1\sqrt{10} = 6\sqrt{5}$$

$$\sqrt{p^{a+1} \times q^{b-1}} = \sqrt{p^a \times q^b}$$

$$a+1=10 \quad b-1=9 \quad a=9 \quad b=10$$

مقدار a و b را بیابید.

۱. $\sqrt{401} \Rightarrow \sqrt{400} < \sqrt{401} < \sqrt{441} \rightarrow 20 < \sqrt{401} < 21$ $\sqrt{401}$ به ۲۰ نزدیک تر است

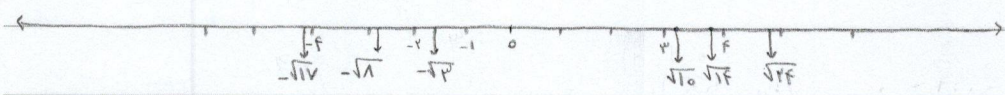
$\sqrt{310} \Rightarrow \sqrt{289} < \sqrt{310} < \sqrt{324} \rightarrow 17 < \sqrt{310} < 18$ $\sqrt{310}$ به ۱۸ نزدیک تر است

$\sqrt{9999} \Rightarrow 99 < \sqrt{9999} < 100$ $\sqrt{9999}$ به ۱۰۰ نزدیک تر است

$\sqrt{280} \Rightarrow \sqrt{256} < \sqrt{280} < \sqrt{324} \rightarrow 16 < \sqrt{280} < 18$ $\sqrt{280}$ به ۱۷ نزدیک تر است

$\sqrt{175} \Rightarrow \sqrt{144} < \sqrt{175} < \sqrt{196} \rightarrow 12 < \sqrt{175} < 14$ $\sqrt{175}$ به ۱۳ نزدیک تر است

۲. $\sqrt{14} \approx 3,7$ $\sqrt{10} \approx 3,1$ $\sqrt{24} \approx 4,8$ $\sqrt{3} \approx 1,7$ $\sqrt{8} \approx 2,8$ $\sqrt{17} \approx 4,1$



۳. $\frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{2}} = \frac{1}{2 + \sqrt{2}} \cdot \frac{2 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4 - 2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

۴. $(a^{\frac{5}{4}} \times a^{\frac{9}{4}}) \times (b^{\frac{14}{4}} \div b^{\frac{3}{4}}) = a^{\frac{14}{4}} b^{\frac{11}{4}} = (ab)^{\frac{11}{4}}$ $\sqrt{\frac{49 \times 25}{100}} = \frac{7 \times 5}{10} = \frac{35}{10} = \frac{7}{2}$

۵. $\sqrt{274} < \sqrt{300} < \sqrt{324} \rightarrow 24 < \sqrt{300} < 27$

$(24,5)^2 = 702,25 > 700$ $(24,4)^2 = 494,96$ $(24,3)^2 = 491,49$ $\sqrt{700} \approx 24,4$

۶. $\sqrt{700} \approx 24,4948974278318$

۷. $2 < \sqrt{5} < 3$ $4 < \sqrt{17} < 5$ 3 و 4 بین این دو اعداد هستند

۸. $2 < \sqrt{11} < 3$ $1 < \sqrt{3} < 2$ $\sqrt{3} < 2 < 2,1 < 2,2 < 2,3 < 2,4 < \sqrt{6}$

$\sqrt{3} = \sqrt{\frac{3 \times 5}{5}} = \sqrt{\frac{15}{5}}$ $\sqrt{1} = \sqrt{\frac{1 \times 5}{5}} = \sqrt{\frac{5}{5}}$ $\sqrt{\frac{14}{5}} < \sqrt{\frac{13}{5}} < \sqrt{\frac{12}{5}} < \dots < \sqrt{\frac{39}{5}}$

۱. $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$ $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$ $\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = 10\sqrt{2}$

تمرین های ترکیبی صفحه ۱۱۸

ابتدا علامت سر و سپس حاصل

۱.
$$\frac{(-3)^5 \times 2^4 \times 8}{-2^5 \times (-9)^2 \times 18} = \frac{3^5 \times 2^4 \times 2^3}{2^5 \times 3^2 \times 2 \times 3^2} = \frac{1}{9}$$

۲.
$$\left[3 \times \left(\frac{1}{27} \right)^3 \right]^2 \div \left[5 \times \left(\frac{1}{25} \right)^2 \right]^3 = \frac{9}{1} = 9$$

$$\frac{\left[3 \times \left(\frac{1}{3^3} \right)^3 \right]^2}{3 \times 1} \div \frac{\left[5 \times \left(\frac{1}{5^2} \right)^2 \right]^3}{1}$$

۳. $9 < \sqrt{93} < 10$ $(9,4)^2 = 90 < 93$

عدد	۹,۶	۹,۷	۹,۸	۹,۹
مقدار	۹۲,۱۶	۹۴,۰۹	۹۶,۰۴	۹۸,۰۱

} $\sqrt{93} \approx 9,7$

$(9,45)^2 = 93,125 > 93$

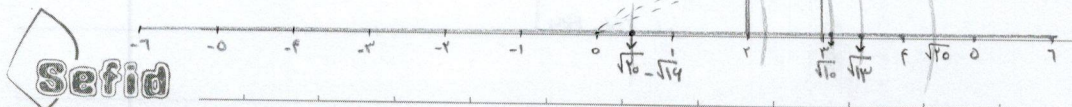
عدد	۹,۶۱	۹,۶۲	۹,۶۳	۹,۶۴
مقدار	۹۲,۵۳۲۱	۹۲,۵۴۴۴	۹۲,۷۳۶۹	۹۲,۹۲۹۶

} $\sqrt{93} \approx 9,76$

۴. $2^4 < \sqrt{25} < 4 < \sqrt{49} < 2^3 < (-2)^4 < (-2,5)^4$

* ابتدا عدد صحیح سپس لایزال

۵. $\sqrt{10} = \sqrt{3^2 + 1} = \sqrt{9+1}$ $\sqrt{13} = \sqrt{3^2 + 4} = \sqrt{9+4}$ $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ $\sqrt{14} = \sqrt{2 \times 7}$

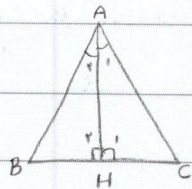


$x = -2 \quad y = 4 \quad a = -1 \quad b = \frac{1}{2}$

۴

$$\frac{ax^2 - b(x-y)}{2axy + (\frac{y}{x})^3 - \frac{3}{b^2}} = \frac{\frac{-4}{(-1)(-2)^2} - \frac{1}{2}(\frac{-31}{(-2)-4})}{\frac{2 \times (-1) \times (-2) \times 4 + (\frac{4}{-2})^3 - \frac{3}{(\frac{1}{2})^2}}{24 - 27 - 12}} = \frac{-4 - \frac{1}{2} \times \frac{31}{-6}}{-15} = \frac{-4 + \frac{31}{12}}{-15} = \frac{-\frac{48}{12} + \frac{31}{12}}{-15} = \frac{-\frac{17}{12}}{-15} = \frac{17}{180}$$

صفحه ۱۲۲ مثلثات



ن) $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$

۵۴

ع) $AB = AC$ متساوی الساقین $\hat{A}BC$

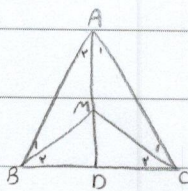
ب) $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ طرف

ط) $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$ طرف

فرض $\hat{A}BH \cong \hat{A}CH \rightarrow AC = AB$

$\hat{A}BC$ متساوی الساقین

ضلع مشترک AH



د) $\hat{A}BC \quad AC = AB \quad \hat{A}_1 = \hat{A}_2$
نیمساز AD

۵۵

ع) MBC متساوی الساقین

ضلع مشترک AM

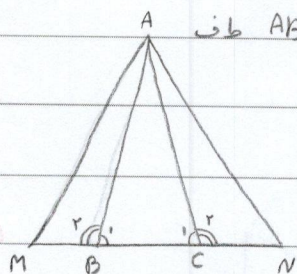
ط) $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ طرف

فرض $\hat{A}MC \cong \hat{A}MB \rightarrow \hat{C}_1 = \hat{B}_1$

۱) $\hat{C}_1 = \hat{B}_1$

۲) $\hat{C}_2 = \hat{B}_2$

$\hat{M}BC$ متساوی الساقین



د) $\hat{A}BC \quad \hat{C}_1 = \hat{B}_1 \quad AB = AC$
متساوی الساقین

۵۶

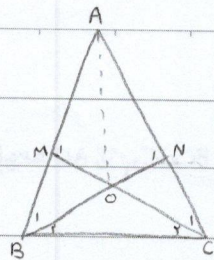
ع) $\hat{A}M = \hat{A}N$

۱) $\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ \rightarrow \hat{C}_2 = \hat{B}_2$

ط) $AB = AC$

۲) $\hat{C}_2 = \hat{B}_2$ فرض $\hat{A}CN \cong \hat{A}BM \rightarrow \hat{A}M = \hat{A}N$

ب) $CN = BM$



د) $AB = AC$ $\hat{B} = \hat{C}$ $AM = AN$ $\hat{M}_1 = \hat{N}_1$

۵۷

ع) $OM = ON$

ب) $AB = AC$

زاویه مشترک A

ب) $AN = AM$

منقول $\triangle ACM \cong \triangle ABN \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1$ $MC = NB$

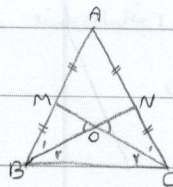
$\hat{B} = \hat{C} \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1 \rightarrow \hat{C}_2 = \hat{B}_2 \rightarrow \triangle OBC \rightarrow OC = OB$

مساوی الساقین

د) $MC = NB$

و) $OC = OB$

$ON = OM$
 $NB = OB = MC = OC$



د) $\triangle ABC$
مساوی الساقین

CM و BN
میان

$AM = MB = AN = NC$ $\hat{B} = \hat{C}$ $AC = AB$

۵۸

الف) علم $\triangle OBC$ مساوی الساقین

ب) $AB = AC$

ب) $AN = AM$

زاویه مشترک A

منقول $\triangle ACM \cong \triangle ABN \rightarrow \hat{C}_1 = \hat{B}_1$

$\hat{C}_1 = \hat{B}_1$
 $\hat{C}_2 = \hat{B}_2 \rightarrow \hat{C}_2 = \hat{B}_2$

$\hat{C}_2 = \hat{B}_2 \rightarrow \triangle OBC \rightarrow OC = OB$

مساوی الساقین

$\hat{C}_1 = \hat{B}_1$

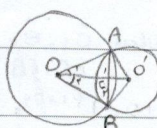
$OC = OB$

$NC = MB$

منقول $\triangle OCN \cong \triangle OBM$

$OBM \cong OCN$

ب



د) OO' عمود منصف AB

۵۹

شعاع $OA = OB$

شعاع $OA = OB$

شعاع OO'

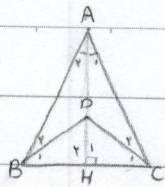
$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$

$AO = BO$

شعاع مشترک OC

منقول $\triangle AOC \cong \triangle BOC \rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2$
 $AC = BC$

OO' عمود منصف AB



متساوی الساقین $\triangle ABC, \triangle DCB$ (فرض)

.40

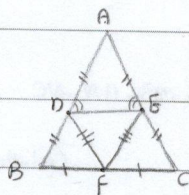
AD و BC کے درمیان (حلم)

پاره خط AD را رسم و تا خط BC امتداد می دهیم.

① $AB = AC$
 $\hat{C}_Y = \hat{B}_Y$
 $DB = DC$

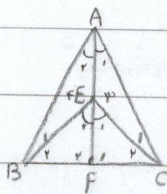
$\xrightarrow{O/O} A\hat{O}C \cong A\hat{O}B \xrightarrow{I} \hat{A}_1, \hat{A}_Y$

$\left. \begin{array}{l} \text{طبق فرض } AB = AC \\ \text{① طبق } \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \text{طبق فرض } \hat{C} = \hat{B} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{قضیة}} \triangle ACH \cong \triangle ABH \xrightarrow{\text{P.I}} \left. \begin{array}{l} \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ HC = HB \end{array} \right\} \text{BC و DF من AD}$



۶۱. متساوی الساقین زیرا

$$\triangle ECF \cong \triangle DBF \quad \therefore FE = FD$$



(فرض) $\hat{E}_1 = \hat{E}_2$ $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ AF \hat{E} و \hat{A} ۹۲

6) $EF \perp BC$

$$\boxed{H_0 - E_1} \quad \boxed{H_0 - E_2} \rightarrow \hat{E}_1, \hat{E}_2$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{E}_F = \hat{E}_F \text{ (طابق)} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (طابق)} \\ \hat{A}E = \hat{A}E \text{ (ضلع مشترك)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{قسط}} \hat{A}\hat{E}C \cong \hat{A}\hat{E}B \xrightarrow{\text{I}} \left\{ \begin{array}{l} AB = AC \\ \hat{C}_1 = \hat{B}_1 \\ CE = BE \end{array} \right.$$

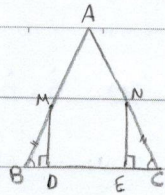
$EC = EB \rightarrow \hat{EBC}$ متساوي الساقين $\hat{C}_1 = \hat{B}_1$ $EF \perp BC$
 $EC = EB$ $\hat{E}_1 = \hat{E}_2$ $\hat{EFC} \cong \hat{EFB}$ $\hat{F}_1 = \hat{F}_2$
 $FC = FB$

۴۲ در کتاب

۶۵. درختار

۴۴. در شمار

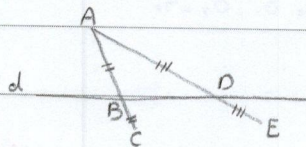
۶۲۵. درختان



فرض $\triangle ABC$ وسطه M و N $\hat{C} = \hat{B}$ $AC = AB$
 متساوی الساقین
 (ح) $MD = NE$

.۷۷

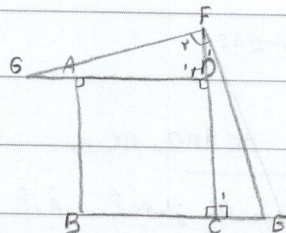
$NC = MB$
 طبق فرض $\left\{ \begin{array}{l} \hat{E} = \hat{D} = 90^\circ \\ \hat{C} = \hat{B} \end{array} \right\} \rightarrow \triangle NCE \cong \triangle MDB \rightarrow NE = MD$



فرض $AB = BC$ $AD = DE$

.۷۸

(ح) $ED = CB$

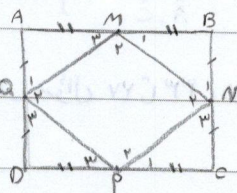


فرض $ABCD$ $CE = DF$ AG
 مربع
 (ح) $GF \perp EF$ $GF = EF$

.۷۹

$AD = DC$
 $AG = DF$ $CF = DG$
 $CE = DF$ $\hat{C}_1 = \hat{D}_1 = 90^\circ$
 فرض $\triangle CEF \cong \triangle GFD \rightarrow \hat{F}_1 = \hat{G}$
 $\hat{E} = \hat{F}_1$

$\hat{E} + \hat{F}_1 = 90^\circ = \hat{G} + \hat{F}_1 \rightarrow \hat{F}_1 + \hat{F}_1 = 90^\circ \rightarrow EF \perp FG$



وسطه M و N $ABCD$ متساوی الساقین (فرض)

.۸۰

(ح) $MN \perp PQ$ $MN = PQ$

$\hat{D} = \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$
 $QD = AQ = BN = NC$
 $DP = AM = BM = CP$
 فرض $\triangle MBN \cong \triangle PCN \cong \triangle MAQ \cong \triangle QPD$
 $QM = QP = PN = MN$

$\hat{Q}_1 = \hat{N}_1$
 $\hat{M}_1 = \hat{P}_1$
 $PN = PQ = MQ = MN$
 فرض $MN \perp PQ$

$\hat{M}_1 = \hat{P}_1 = \hat{Q}_1 = \hat{N}_1$
 $\hat{M}_1 = \hat{P}_1$ $\hat{Q}_1 = \hat{N}_1$
 $\hat{M}_1 = \hat{P}_1$ $\hat{N}_1 = \hat{Q}_1$

ج) $11 \times 2^{100} - 7 \times 2^{100} = 2^{100} (11 - 7) = 2^{102}$

د) $\frac{55 \times \Delta^{55} - 4 \times \Delta^{56}}{11 \times \Delta^{55}} = \Delta^{56} \frac{(11 - 4)}{\Delta} = \Delta^{57}$

ه) $13 \times \frac{12\Delta}{\Delta^{18}} + 12 \times \frac{2\Delta}{\Delta^{18}} = \frac{\Delta^{18} (12 + 13)}{2\Delta} = \Delta^{10}$

و) $12 \times \Delta^{19} + \frac{\Delta \times \Delta^{18}}{10 \times \Delta^{18}} = \Delta^{19} \frac{(12 + 10)}{2\Delta} = \Delta^{21}$

صفحہ ۱۹۷ مستبران

الف) $\sqrt{49} = 7$

ب) $\sqrt[3]{1} = 1$

ج) $\sqrt{11} = 3$

د) $\sqrt[3]{-32} = -2$

ه) $\sqrt{0.49} = 0.7$

۴۳

و) $\sqrt{0.0019} = 0.04$

ز) $\sqrt{0.0009} = 0.03$

ح) $\sqrt{25 \times 0.04} = 5 \times 0.2 = 1$

ط) $\sqrt{\frac{9 \times 4}{25}} = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{12}{5}$

ی) $\sqrt{0.4 \times 0.9} = \sqrt{0.36} = 0.6$

ر) $\sqrt{20 \times 8} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$

ج) $\sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{100} = 10$

۴۴ $\sqrt{11} < \sqrt{17} < \sqrt{100} \rightarrow 9 < \sqrt{17} < 10$

۴۵ $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9} \rightarrow 2 < \sqrt{7} < 3 \quad (2,5)^2 = 9, 25 < 7 \quad (2,4)^2 = 4, 16 < 7 \quad (2,3)^2 = 4, 9 < 7 \quad \sqrt{7} \approx 2,7$

۴۶ $7 < \sqrt{54} < 11 \quad (7,5)^2 = 49, 25 > 54 \quad (7,4)^2 = 49, 16 < 54 \quad (7,3)^2 = 49, 9 < 54 \quad \sqrt{54} \approx 7,3$

الف) $\sqrt{11 \times 25} = 11 \times 5 = 55$

ب) $\sqrt{\frac{0.12 \times 36}{9 + 12}} = \frac{0.12 \times 6}{5} = \frac{3}{5}$

ج) $\sqrt{\frac{25 + 144}{149}} = 13$

د) $\sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{(15+12)(15-12)} = \sqrt{11} = 9$

ه) $\sqrt{\frac{9 \times 36}{0.04 \times 0.09}} = \frac{6 \times 6}{0.06} = 100$

و) $\sqrt{3 \sqrt{9-3}} = 3$

ز) $\sqrt{18 \sqrt{2 \sqrt{25 \times 3 \sqrt{49}}}} = 6$

ح) $\sqrt{\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 11^2}{25 + 49 + 121}} = 14$

۵۸. (الف) $\sqrt{94 - 4\sqrt{44 + 3\sqrt{13 + 2\sqrt{39}}}} = 4$ (ب) $\sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 3\sqrt{1 + 4\sqrt{1 + 5\sqrt{1 + 2\sqrt{1 + 7\sqrt{1 + 8}}}}}}} = 3$

$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\sqrt{125=5}}$
 $\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_V$
 34

(ج) $\sqrt{7 \times 7 \times 3 \times 3} = 7 \times 3 = 21$ (د) $\sqrt{4 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{4}{8} \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{25} = \frac{1}{100}$

۵۹. (الف) $\sqrt{5184} = \sqrt{2^8 \times 3^4} = 2^4 \times 3^2 = 144$ (ب) $\sqrt{14400} = 120$ (ج) $\sqrt{107376} = \sqrt{2^4 \times 3^4 \times 7^4} = 2^2 \times 3^2 \times 7^2 = 144$

(د) $\sqrt{129600} = 360$ (ه) $\sqrt{32400} = 180$ (و) $\sqrt{11 \times 12 \times 13 \times 14} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13} = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

۶۰. $1200 = 2^3 \times 3 \times 2^2 \times 5^2 \rightarrow$ باید ۳ ضرب شود. ۵۰

۶۱. $1200 = 2^3 \times 3 \times 2^2 \times 5^2 \rightarrow 2^2 \times 3 \times 5^2 = 180 \rightarrow$ باید ۱۸۰ ضرب شود. ۵۱

۵۲. $\sqrt{\frac{a+3}{f} \times \frac{b-1}{g}} = \frac{1296}{\sqrt{f \times g}}$ $f^a \times f^3 \times g^b = 4 = 2^2 \times 2^2 \rightarrow 2^a \times 2^3 \times 2^b = 2^2 \times 2^2 \rightarrow 2^{a+3+b} = 2^4 \rightarrow a+3+b=4 \rightarrow b=1-a$

۵۳. $(1^2)^2 = 1^4$ مبنای ۱۴

۵۴. $x = -9$ $\sqrt{2x} = \sqrt{18} = 3$ ۵۴

الف) $3\sqrt{2} \times \sqrt{1} = 3\sqrt{2} \times 1 = 3\sqrt{2}$ ب) $2\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 10$ ج) $4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$ د) $5\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 15$ هـ) $6\sqrt{4} \times \sqrt{4} = 24$ و) $7\sqrt{1} \times \sqrt{1} = 7$ ز) $8\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 16$ ح) $9\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 27$ ط) $10\sqrt{4} \times \sqrt{4} = 40$ ی) $11\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 55$ ک) $12\sqrt{6} \times \sqrt{6} = 72$ ل) $13\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 91$ م) $14\sqrt{8} \times \sqrt{8} = 112$ ن) $15\sqrt{9} \times \sqrt{9} = 135$ س) $16\sqrt{10} \times \sqrt{10} = 160$ هـ) $17\sqrt{11} \times \sqrt{11} = 187$ و) $18\sqrt{12} \times \sqrt{12} = 216$ ز) $19\sqrt{13} \times \sqrt{13} = 247$ ح) $20\sqrt{14} \times \sqrt{14} = 280$ ط) $21\sqrt{15} \times \sqrt{15} = 315$ ی) $22\sqrt{16} \times \sqrt{16} = 352$ ک) $23\sqrt{17} \times \sqrt{17} = 391$ ل) $24\sqrt{18} \times \sqrt{18} = 432$ م) $25\sqrt{19} \times \sqrt{19} = 475$ ن) $26\sqrt{20} \times \sqrt{20} = 520$ س) $27\sqrt{21} \times \sqrt{21} = 567$ هـ) $28\sqrt{22} \times \sqrt{22} = 616$ و) $29\sqrt{23} \times \sqrt{23} = 667$ ز) $30\sqrt{24} \times \sqrt{24} = 720$ ح) $31\sqrt{25} \times \sqrt{25} = 775$ ط) $32\sqrt{26} \times \sqrt{26} = 832$ ی) $33\sqrt{27} \times \sqrt{27} = 891$ ک) $34\sqrt{28} \times \sqrt{28} = 952$ ل) $35\sqrt{29} \times \sqrt{29} = 1015$ م) $36\sqrt{30} \times \sqrt{30} = 1080$ ن) $37\sqrt{31} \times \sqrt{31} = 1147$ س) $38\sqrt{32} \times \sqrt{32} = 1216$ هـ) $39\sqrt{33} \times \sqrt{33} = 1287$ و) $40\sqrt{34} \times \sqrt{34} = 1360$ ز) $41\sqrt{35} \times \sqrt{35} = 1435$ ح) $42\sqrt{36} \times \sqrt{36} = 1512$ ط) $43\sqrt{37} \times \sqrt{37} = 1591$ ی) $44\sqrt{38} \times \sqrt{38} = 1672$ ک) $45\sqrt{39} \times \sqrt{39} = 1755$ ل) $46\sqrt{40} \times \sqrt{40} = 1840$ م) $47\sqrt{41} \times \sqrt{41} = 1927$ ن) $48\sqrt{42} \times \sqrt{42} = 2016$ س) $49\sqrt{43} \times \sqrt{43} = 2107$ هـ) $50\sqrt{44} \times \sqrt{44} = 2200$ و) $51\sqrt{45} \times \sqrt{45} = 2295$ ز) $52\sqrt{46} \times \sqrt{46} = 2392$ ح) $53\sqrt{47} \times \sqrt{47} = 2491$ ط) $54\sqrt{48} \times \sqrt{48} = 2592$ ی) $55\sqrt{49} \times \sqrt{49} = 2695$ ک) $56\sqrt{50} \times \sqrt{50} = 2800$ ل) $57\sqrt{51} \times \sqrt{51} = 2907$ م) $58\sqrt{52} \times \sqrt{52} = 3016$ ن) $59\sqrt{53} \times \sqrt{53} = 3127$ س) $60\sqrt{54} \times \sqrt{54} = 3240$ هـ) $61\sqrt{55} \times \sqrt{55} = 3355$ و) $62\sqrt{56} \times \sqrt{56} = 3472$ ز) $63\sqrt{57} \times \sqrt{57} = 3591$ ح) $64\sqrt{58} \times \sqrt{58} = 3712$ ط) $65\sqrt{59} \times \sqrt{59} = 3835$ ی) $66\sqrt{60} \times \sqrt{60} = 3960$ ک) $67\sqrt{61} \times \sqrt{61} = 4087$ ل) $68\sqrt{62} \times \sqrt{62} = 4216$ م) $69\sqrt{63} \times \sqrt{63} = 4347$ ن) $70\sqrt{64} \times \sqrt{64} = 4480$ س) $71\sqrt{65} \times \sqrt{65} = 4615$ هـ) $72\sqrt{66} \times \sqrt{66} = 4752$ و) $73\sqrt{67} \times \sqrt{67} = 4891$ ز) $74\sqrt{68} \times \sqrt{68} = 5032$ ح) $75\sqrt{69} \times \sqrt{69} = 5175$ ط) $76\sqrt{70} \times \sqrt{70} = 5320$ ی) $77\sqrt{71} \times \sqrt{71} = 5467$ ک) $78\sqrt{72} \times \sqrt{72} = 5616$ ل) $79\sqrt{73} \times \sqrt{73} = 5767$ م) $80\sqrt{74} \times \sqrt{74} = 5920$ ن) $81\sqrt{75} \times \sqrt{75} = 6075$ س) $82\sqrt{76} \times \sqrt{76} = 6232$ هـ) $83\sqrt{77} \times \sqrt{77} = 6391$ و) $84\sqrt{78} \times \sqrt{78} = 6552$ ز) $85\sqrt{79} \times \sqrt{79} = 6715$ ح) $86\sqrt{80} \times \sqrt{80} = 6880$ ط) $87\sqrt{81} \times \sqrt{81} = 7047$ ی) $88\sqrt{82} \times \sqrt{82} = 7216$ ک) $89\sqrt{83} \times \sqrt{83} = 7387$ ل) $90\sqrt{84} \times \sqrt{84} = 7560$ م) $91\sqrt{85} \times \sqrt{85} = 7735$ ن) $92\sqrt{86} \times \sqrt{86} = 7912$ س) $93\sqrt{87} \times \sqrt{87} = 8091$ هـ) $94\sqrt{88} \times \sqrt{88} = 8272$ و) $95\sqrt{89} \times \sqrt{89} = 8455$ ز) $96\sqrt{90} \times \sqrt{90} = 8640$ ح) $97\sqrt{91} \times \sqrt{91} = 8827$ ط) $98\sqrt{92} \times \sqrt{92} = 9016$ ی) $99\sqrt{93} \times \sqrt{93} = 9207$ ک) $100\sqrt{94} \times \sqrt{94} = 9400$ ل) $101\sqrt{95} \times \sqrt{95} = 9595$ م) $102\sqrt{96} \times \sqrt{96} = 9792$ ن) $103\sqrt{97} \times \sqrt{97} = 9991$ س) $104\sqrt{98} \times \sqrt{98} = 10192$ هـ) $105\sqrt{99} \times \sqrt{99} = 10395$ و) $106\sqrt{100} \times \sqrt{100} = 10600$ ز) $107\sqrt{101} \times \sqrt{101} = 10807$ ح) $108\sqrt{102} \times \sqrt{102} = 11016$ ط) $109\sqrt{103} \times \sqrt{103} = 11227$ ی) $110\sqrt{104} \times \sqrt{104} = 11440$ ک) $111\sqrt{105} \times \sqrt{105} = 11655$ ل) $112\sqrt{106} \times \sqrt{106} = 11872$ م) $113\sqrt{107} \times \sqrt{107} = 12091$ ن) $114\sqrt{108} \times \sqrt{108} = 12312$ س) $115\sqrt{109} \times \sqrt{109} = 12535$ هـ) $116\sqrt{110} \times \sqrt{110} = 12760$ و) $117\sqrt{111} \times \sqrt{111} = 12987$ ز) $118\sqrt{112} \times \sqrt{112} = 13216$ ح) $119\sqrt{113} \times \sqrt{113} = 13447$ ط) $120\sqrt{114} \times \sqrt{114} = 13680$ ی) $121\sqrt{115} \times \sqrt{115} = 13915$ ک) $122\sqrt{116} \times \sqrt{116} = 14152$ ل) $123\sqrt{117} \times \sqrt{117} = 14391$ م) $124\sqrt{118} \times \sqrt{118} = 14632$ ن) $125\sqrt{119} \times \sqrt{119} = 14875$ س) $126\sqrt{120} \times \sqrt{120} = 15120$ هـ) $127\sqrt{121} \times \sqrt{121} = 15367$ و) $128\sqrt{122} \times \sqrt{122} = 15616$ ز) $129\sqrt{123} \times \sqrt{123} = 15867$ ح) $130\sqrt{124} \times \sqrt{124} = 16120$ ط) $131\sqrt{125} \times \sqrt{125} = 16375$ ی) $132\sqrt{126} \times \sqrt{126} = 16632$ ک) $133\sqrt{127} \times \sqrt{127} = 16891$ ل) $134\sqrt{128} \times \sqrt{128} = 17152$ م) $135\sqrt{129} \times \sqrt{129} = 17415$ ن) $136\sqrt{130} \times \sqrt{130} = 17680$ س) $137\sqrt{131} \times \sqrt{131} = 17947$ هـ) $138\sqrt{132} \times \sqrt{132} = 18216$ و) $139\sqrt{133} \times \sqrt{133} = 18487$ ز) $140\sqrt{134} \times \sqrt{134} = 18760$ ح) $141\sqrt{135} \times \sqrt{135} = 19035$ ط) $142\sqrt{136} \times \sqrt{136} = 19312$ ی) $143\sqrt{137} \times \sqrt{137} = 19591$ ک) $144\sqrt{138} \times \sqrt{138} = 19872$ ل) $145\sqrt{139} \times \sqrt{139} = 20155$ م) $146\sqrt{140} \times \sqrt{140} = 20440$ ن) $147\sqrt{141} \times \sqrt{141} = 20727$ س) $148\sqrt{142} \times \sqrt{142} = 21016$ هـ) $149\sqrt{143} \times \sqrt{143} = 21307$ و) $150\sqrt{144} \times \sqrt{144} = 21600$ ز) $151\sqrt{145} \times \sqrt{145} = 21895$ ح) $152\sqrt{146} \times \sqrt{146} = 22186$ ط) $153\sqrt{147} \times \sqrt{147} = 22479$ ی) $154\sqrt{148} \times \sqrt{148} = 22774$ ک) $155\sqrt{149} \times \sqrt{149} = 23071$ ل) $156\sqrt{150} \times \sqrt{150} = 23372$ م) $157\sqrt{151} \times \sqrt{151} = 23675$ ن) $158\sqrt{152} \times \sqrt{152} = 23980$ س) $159\sqrt{153} \times \sqrt{153} = 24287$ هـ) $160\sqrt{154} \times \sqrt{154} = 24596$ و) $161\sqrt{155} \times \sqrt{155} = 24907$ ز) $162\sqrt{156} \times \sqrt{156} = 25220$ ح) $163\sqrt{157} \times \sqrt{157} = 25535$ ط) $164\sqrt{158} \times \sqrt{158} = 25852$ ی) $165\sqrt{159} \times \sqrt{159} = 26171$ ک) $166\sqrt{160} \times \sqrt{160} = 26492$ ل) $167\sqrt{161} \times \sqrt{161} = 26815$ م) $168\sqrt{162} \times \sqrt{162} = 27140$ ن) $169\sqrt{163} \times \sqrt{163} = 27467$ س) $170\sqrt{164} \times \sqrt{164} = 27796$ هـ) $171\sqrt{165} \times \sqrt{165} = 28127$ و) $172\sqrt{166} \times \sqrt{166} = 28460$ ز) $173\sqrt{167} \times \sqrt{167} = 28795$ ح) $174\sqrt{168} \times \sqrt{168} = 29132$ ط) $175\sqrt{169} \times \sqrt{169} = 29471$ ی) $176\sqrt{170} \times \sqrt{170} = 29812$ ک) $177\sqrt{171} \times \sqrt{171} = 30155$ ل) $178\sqrt{172} \times \sqrt{172} = 30500$ م) $179\sqrt{173} \times \sqrt{173} = 30847$ ن) $180\sqrt{174} \times \sqrt{174} = 31196$ س) $181\sqrt{175} \times \sqrt{175} = 31547$ هـ) $182\sqrt{176} \times \sqrt{176} = 31900$ و) $183\sqrt{177} \times \sqrt{177} = 32255$ ز) $184\sqrt{178} \times \sqrt{178} = 32612$ ح) $185\sqrt{179} \times \sqrt{179} = 32971$ ط) $186\sqrt{180} \times \sqrt{180} = 33332$ ی) $187\sqrt{181} \times \sqrt{181} = 33695$ ک) $188\sqrt{182} \times \sqrt{182} = 34060$ ل) $189\sqrt{183} \times \sqrt{183} = 34427$ م) $190\sqrt{184} \times \sqrt{184} = 34796$ ن) $191\sqrt{185} \times \sqrt{185} = 35167$ س) $192\sqrt{186} \times \sqrt{186} = 35540$ هـ) $193\sqrt{187} \times \sqrt{187} = 35915$ و) $194\sqrt{188} \times \sqrt{188} = 36292$ ز) $195\sqrt{189} \times \sqrt{189} = 36671$ ح) $196\sqrt{190} \times \sqrt{190} = 37052$ ط) $197\sqrt{191} \times \sqrt{191} = 37435$ ی) $198\sqrt{192} \times \sqrt{192} = 37820$ ک) $199\sqrt{193} \times \sqrt{193} = 38207$ ل) $200\sqrt{194} \times \sqrt{194} = 38596$ م) $201\sqrt{195} \times \sqrt{195} = 38987$ ن) $202\sqrt{196} \times \sqrt{196} = 39380$ س) $203\sqrt{197} \times \sqrt{197} = 39775$ هـ) $204\sqrt{198} \times \sqrt{198} = 40172$ و) $205\sqrt{199} \times \sqrt{199} = 40571$ ز) $206\sqrt{200} \times \sqrt{200} = 40972$ ح) $207\sqrt{201} \times \sqrt{201} = 41375$ ط) $208\sqrt{202} \times \sqrt{202} = 41780$ ی) $209\sqrt{203} \times \sqrt{203} = 42187$ ک) $210\sqrt{204} \times \sqrt{204} = 42596$ ل) $211\sqrt{205} \times \sqrt{205} = 43007$ م) $212\sqrt{206} \times \sqrt{206} = 43420$ ن) $213\sqrt{207} \times \sqrt{207} = 43835$ س) $214\sqrt{208} \times \sqrt{208} = 44252$ هـ) $215\sqrt{209} \times \sqrt{209} = 44671$ و) $216\sqrt{210} \times \sqrt{210} = 45092$ ز) $217\sqrt{211} \times \sqrt{211} = 45515$ ح) $218\sqrt{212} \times \sqrt{212} = 45940$ ط) $219\sqrt{213} \times \sqrt{213} = 46367$ ی) $220\sqrt{214} \times \sqrt{214} = 46796$ ک) $221\sqrt{215} \times \sqrt{215} = 47227$ ل) $222\sqrt{216} \times \sqrt{216} = 47660$ م) $223\sqrt{217} \times \sqrt{217} = 48095$ ن) $224\sqrt{218} \times \sqrt{218} = 48532$ س) $225\sqrt{219} \times \sqrt{219} = 48971$ هـ) $226\sqrt{220} \times \sqrt{220} = 49412$ و) $227\sqrt{221} \times \sqrt{221} = 49855$ ز) $228\sqrt{222} \times \sqrt{222} = 50300$ ح) $229\sqrt{223} \times \sqrt{223} = 50747$ ط) $230\sqrt{224} \times \sqrt{224} = 51196$ ی) $231\sqrt{225} \times \sqrt{225} = 51647$ ک) $232\sqrt{226} \times \sqrt{226} = 52100$ ل) $233\sqrt{227} \times \sqrt{227} = 52555$ م) $234\sqrt{228} \times \sqrt{228} = 53012$ ن) $235\sqrt{229} \times \sqrt{229} = 53471$ س) $236\sqrt{230} \times \sqrt{230} = 53932$ هـ) $237\sqrt{231} \times \sqrt{231} = 54395$ و) $238\sqrt{232} \times \sqrt{232} = 54860$ ز) $239\sqrt{233} \times \sqrt{233} = 55327$ ح) $240\sqrt{234} \times \sqrt{234} = 55796$ ط) $241\sqrt{235} \times \sqrt{235} = 56267$ ی) $242\sqrt{236} \times \sqrt{236} = 56740$ ک) $243\sqrt{237} \times \sqrt{237} = 57215$ ل) $244\sqrt{238} \times \sqrt{238} = 57692$ م) $245\sqrt{239} \times \sqrt{239} = 58171$ ن) $246\sqrt{240} \times \sqrt{240} = 58652$ س) $247\sqrt{241} \times \sqrt{241} = 59135$ هـ) $248\sqrt{242} \times \sqrt{242} = 59620$ و) $249\sqrt{243} \times \sqrt{243} = 60107$ ز) $250\sqrt{244} \times \sqrt{244} = 60596$ ح) $251\sqrt{245} \times \sqrt{245} = 61087$ ط) $252\sqrt{246} \times \sqrt{246} = 61580$ ی) $253\sqrt{247} \times \sqrt{247} = 62075$ ک) $254\sqrt{248} \times \sqrt{248} = 62572$ ل) $255\sqrt{249} \times \sqrt{249} = 63071$ م) $256\sqrt{250} \times \sqrt{250} = 63572$ ن) $257\sqrt{251} \times \sqrt{251} = 64075$ س) $258\sqrt{252} \times \sqrt{252} = 64580$ هـ) $259\sqrt{253} \times \sqrt{253} = 65087$ و) $260\sqrt{254} \times \sqrt{254} = 65596$ ز) $261\sqrt{255} \times \sqrt{255} = 66107$ ح) $262\sqrt{256} \times \sqrt{256} = 66620$ ط) $263\sqrt{257} \times \sqrt{257} = 67135$ ی) $264\sqrt{258} \times \sqrt{258} = 67652$ ک) $265\sqrt{259} \times \sqrt{259} = 68171$ ل) $266\sqrt{260} \times \sqrt{260} = 68692$ م) $267\sqrt{261} \times \sqrt{261} = 69215$ ن) $268\sqrt{262} \times \sqrt{262} = 69740$ س) $269\sqrt{263} \times \sqrt{263} = 70267$ هـ) $270\sqrt{264} \times \sqrt{264} = 70796$ و) $271\sqrt{265} \times \sqrt{265} = 71327$ ز) $272\sqrt{266} \times \sqrt{266} = 71860$ ح) $273\sqrt{267} \times \sqrt{267} = 72395$ ط) $274\sqrt{268} \times \sqrt{268} = 72932$ ی) $275\sqrt{269} \times \sqrt{269} = 73471$ ک) $276\sqrt{270} \times \sqrt{270} = 74012$ ل) $277\sqrt{271} \times \sqrt{271} = 74555$ م) $278\sqrt{272} \times \sqrt{272} = 75100$ ن) $279\sqrt{273} \times \sqrt{273} = 75647$ س) $280\sqrt{274} \times \sqrt{274} = 76196$ هـ) $281\sqrt{275} \times \sqrt{275} = 76747$ و) $282\sqrt{276} \times \sqrt{276} = 77300$ ز) $283\sqrt{277} \times \sqrt{277} = 77855$ ح) $284\sqrt{278} \times \sqrt{278} = 78412$ ط) $285\sqrt{279} \times \sqrt{279} = 78971$ ی) $286\sqrt{280} \times \sqrt{280} = 79532$ ک) $287\sqrt{281} \times \sqrt{281} = 80095$ ل) $288\sqrt{282} \times \sqrt{282} = 80660$ م) $289\sqrt{283} \times \sqrt{283} = 81227$ ن) $290\sqrt{284} \times \sqrt{284} = 81796$ س) $291\sqrt{285} \times \sqrt{285} = 82367$ هـ) $292\sqrt{286} \times \sqrt{286} = 82940$ و) $293\sqrt{287} \times \sqrt{287} = 83515$ ز) $294\sqrt{288} \times \sqrt{288} = 84092$ ح) $295\sqrt{289} \times \sqrt{289} = 84671$ ط) $296\sqrt{290} \times \sqrt{290} = 85252$ ی) $297\sqrt{291} \times \sqrt{291} = 85835$ ک) $298\sqrt{292} \times \sqrt{292} = 86420$ ل) $299\sqrt{293} \times \sqrt{293} = 87007$ م) $300\sqrt{294} \times \sqrt{294} = 87596$ ن) $301\sqrt{295} \times \sqrt{295} = 88187$ س) $302\sqrt{296} \times \sqrt{296} = 88780$ هـ) $303\sqrt{297} \times \sqrt{297} = 89375$ و) $304\sqrt{298} \times \sqrt{298} = 89972$ ز) $305\sqrt{299} \times \sqrt{299} = 90571$ ح) $306\sqrt{300} \times \sqrt{300} = 91172$ ط) $307\sqrt{301} \times \sqrt{301} = 91775$ ی) $308\sqrt{302} \times \sqrt{302} = 92380$ ک) $309\sqrt{303} \times \sqrt{303} = 92987$ ل) $310\sqrt{304} \times \sqrt{304} = 93596$ م) $311\sqrt{305} \times \sqrt{305} = 94207$ ن) $312\sqrt{306} \times \sqrt{306} = 94820$ س) $313\sqrt{307} \times \sqrt{307} = 95435$ هـ) $314\sqrt{308} \times \sqrt{308} = 96052$ و) $315\sqrt{309} \times \sqrt{309} = 96671$ ز) $316\sqrt{310} \times \sqrt{310} = 97292$ ح) $317\sqrt{311} \times \sqrt{311} = 97915$ ط) $318\sqrt{312} \times \sqrt{312} = 98540$ ی) $319\sqrt{313} \times \sqrt{313} = 99167$ ک) $320\sqrt{314} \times \sqrt{314} = 99796$ ل) $321\sqrt{315} \times \sqrt{315} = 100427$ م) $322\sqrt{316} \times \sqrt{316} = 101060$ ن) $323\sqrt{317} \times \sqrt{317} = 101695$ س) $324\sqrt{318} \times \sqrt{318} = 102332$ هـ) $325\sqrt{319} \times \sqrt{319} = 102971$ و) $326\sqrt{320} \times \sqrt{320} = 103612$ ز) $327\sqrt{321} \times \sqrt{321} = 104255$ ح) $328\sqrt{322} \times \sqrt{322} = 104900$ ط) $329\sqrt{323} \times \sqrt{323} = 105547$ ی) $330\sqrt{324} \times \sqrt{324} = 106196$ ک) $331\sqrt{325} \times \sqrt{325} = 106847$ ل) $332\sqrt{326} \times \sqrt{326} = 107500$ م) $333\sqrt{327} \times \sqrt{327} = 108155$ ن) $334\sqrt{328} \times \sqrt{328} = 108812$ س) $335\sqrt{329} \times \sqrt{329} = 109471$ هـ) $336\sqrt{330} \times \sqrt{330} = 110132$ و) $337\sqrt{331} \times \sqrt{331} = 110795$ ز) $338\sqrt{332} \times \sqrt{332} = 111460$ ح) $339\sqrt{333} \times \sqrt{333} = 112127$ ط) $340\sqrt{334} \times \sqrt{334} = 112796$ ی) $341\sqrt{335} \times \sqrt{335} = 113467$ ک) $342\sqrt{336} \times \sqrt{336} = 114140$ ل) $343\sqrt{337} \times \sqrt{337} = 114815$ م) $344\sqrt{338} \times \sqrt{338} = 115492$ ن) $345\sqrt{339} \times \sqrt{339} = 116171$ س) $346\sqrt{340} \times \sqrt{340} = 116852$ هـ) $347\sqrt{341} \times \sqrt{341} = 117535$ و) $348\sqrt{342} \times \sqrt{342} = 118220$ ز) $349\sqrt{343} \times \sqrt{343} = 118907$ ح) $350\sqrt{344} \times \sqrt{344} = 119596$ ط) $351\sqrt{345} \times \sqrt{345} = 120287$ ی) $352\sqrt{346} \times \sqrt{346} = 120980$ ک) $353\sqrt{347} \times \sqrt{347} = 121675$ ل) $354\sqrt{348} \times \sqrt{348} = 122372$ م) $355\sqrt{349} \times \sqrt{349} = 123071$ ن) $356\sqrt{350} \times \sqrt{350} = 123772$ س) $357\sqrt{351} \times \sqrt{351} = 124475$ هـ) $358\sqrt{352} \times \sqrt{352} = 125180$ و) $359\sqrt{353} \times \sqrt{353} = 125887$ ز) $360\sqrt{354} \times \sqrt{354} = 126596$ ح) $361\sqrt{355} \times \sqrt{355} = 127307$ ط) $362\sqrt{356} \times \sqrt{356} = 128020$ ی) $363\sqrt{357} \times \sqrt{357} = 128735$ ک) $364\sqrt{358} \times \sqrt{358} = 129452$ ل) $365\sqrt{359} \times \sqrt{359} = 130171$ م) $366\sqrt{360} \times \sqrt{360} = 130892$ ن) $367\sqrt{361} \times \sqrt{361} = 131615$ س) $368\sqrt{362} \times \sqrt{362} = 132340$ هـ) $369\sqrt{363} \times \sqrt{363} = 133067$ و) $370\sqrt{364} \times \sqrt{364} = 133796$ ز) $371\sqrt{365} \times \sqrt{365} = 134527$ ح) $372\sqrt{366} \times \sqrt{366} = 135260$ ط) $373\sqrt{367} \times \sqrt{367} = 135995$ ی) $374\sqrt{368} \times \sqrt{368} = 136732$ ک) $375\sqrt$

$$Y_0 = Y \times 10^1$$

$$0/1 = Y \times 10^{-1}$$

$$0/01 = Y \times 10^{-2}$$

$$10^1 \times 10^1 = 10^2$$

$$10^1 \times 10^0 = 10^1$$

$$10^0 \times 10^0 = 10^0$$

$$Y \times 10^{-1} = 10^{-1} Y$$

$$Y \times 10^{-2} = 10^{-2} Y$$

$$Y \times 10^{-1} = 10^{-1} Y$$

$$Y \times 10^{-1} = 10^{-1} Y$$

$$-(-(-\frac{1}{Y}) - (\frac{1}{Y}) - \frac{1}{Y}) - 9 = \frac{19}{11} = 1 \frac{8}{11}$$

$$10^1 \div 10^1 = Y^1 = Y^0 \div Y^0 = Y^0 = Y^10$$

$$\frac{19}{11} = 1 \frac{8}{11}$$

$$Y_0 = Y_0 \times 10^1 = Y_0 \times 10^0 \times 10^1 = Y_0 \times 10^1$$

$$10^1 \times 10^0 = 10^1$$

حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

$$((+\frac{1}{F})^{-1}) - ((\frac{1}{Y})^{-1}) = \frac{1}{Y}$$

$$\frac{Y^{-1} - (-F)^{-1}}{10^{-1}} = \frac{Y^{-1} - (-F)^{-1}}{10^{-1}} = (\frac{1}{Y})^{-1} - (\frac{1}{F})^{-1} = \frac{1}{FY} - \frac{1}{FY} = -\frac{1}{FY} \times \frac{10}{10} = -\frac{10}{FY}$$

$$\frac{1 - (-Y)^{-1}}{(-Y)^{-1}} = \frac{1 - (-\frac{1}{Y})^{-1}}{(-\frac{1}{Y})^{-1}} = \frac{1 - \frac{1}{FY}}{-\frac{1}{FY}} = \frac{\frac{FY - 1}{FY}}{-\frac{1}{FY}} = \frac{FY - 1}{FY} \times \frac{FY}{FY} = \frac{FY - 1}{FY}$$

$$(\frac{1}{Y})^{-1} \times (0/10)^{-1} = 10^1 \times 10^1 = 10^2 \times 10^0 = 10^2$$

$$Y^{10} \boxtimes Y^{10} \quad 10^1 < 10^1 \boxtimes 10^1 < 10^2$$

$$(Y^{10})^{10} \boxtimes (Y^{10})^{10} \quad 10^1 > 10^1 \boxtimes 10^1 > 10^2$$

از کوچک به بزرگ

$$-0/01^{-1}, -0/01^{-2}, -0/01^{-3}, -0/01^{-4}, (-0/01)^{-2}, (0/01)^{-3}$$

$$10^1, 10^0, \frac{10^0}{10^1}, \frac{10^1}{10^0}, 10^1, (-10^0)^1 \quad \frac{10^1}{10^1} < \frac{10^0}{10^1} < \frac{10^0}{10^0} < \frac{10^0}{10^0} < \frac{10^1}{10^0} < \frac{10^1}{10^0}$$